

Az összefüggés szemléltetése

- a., Az összes adat megjelenítése oszlopdiagram segítségével
- b., Az átlagok megjelenítése oszlopdiagram segítségével (SzD!)
- c., A változás szemléltetése vonal-diagrammal ("lázgörbe")
- d., Trendvonal

A burgonyatermés és a műtrágyakezelés összefüggése

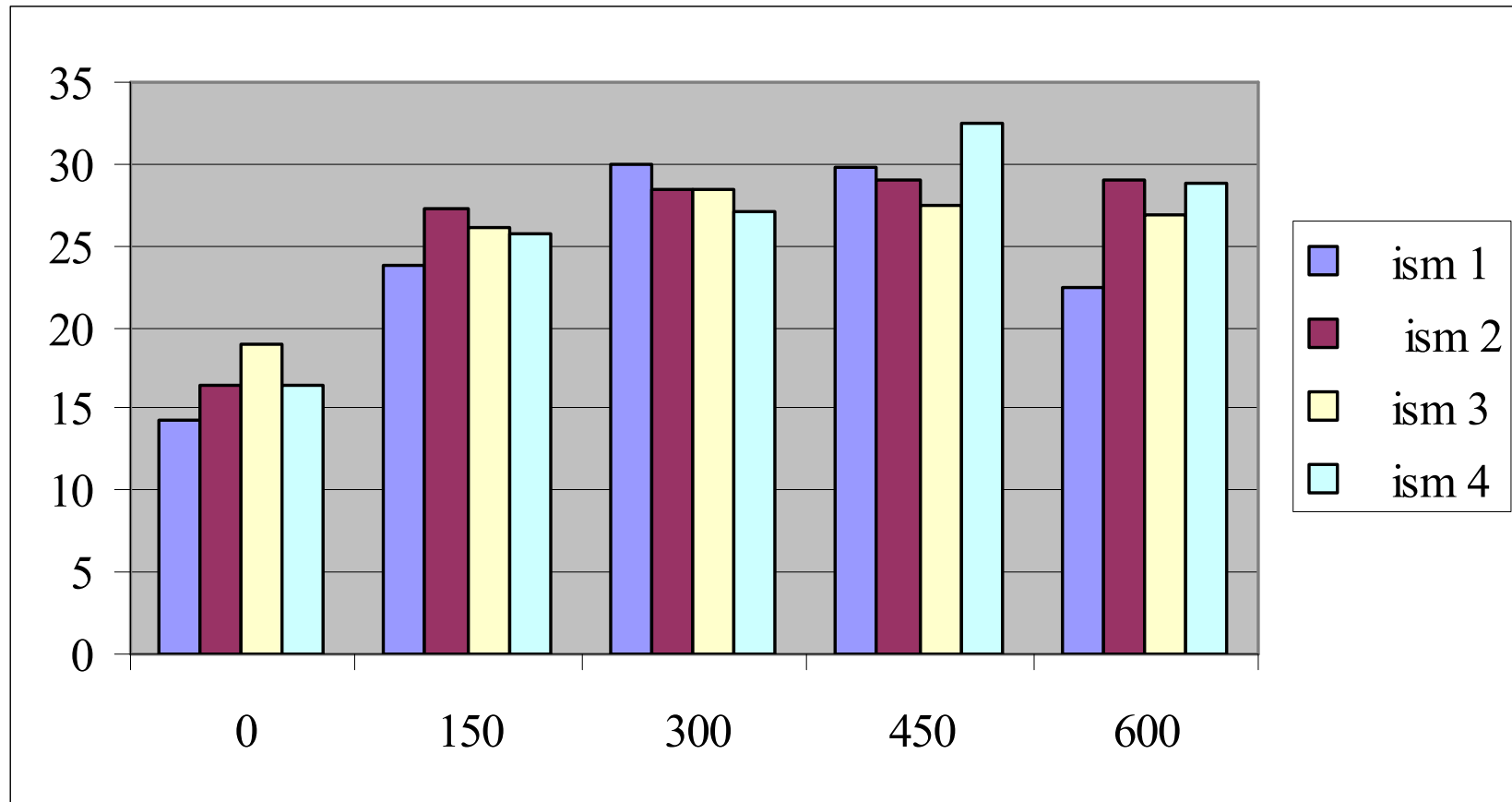
NPK kg/ha	ism 1	ism 2	ism 3	ism 4	átlag
0	14,3	16,4	19	16,5	16,6
150	23,7	27,3	26,1	25,7	25,7
300	30	28,5	28,4	27,1	28,5
450	29,7	29,1	27,5	32,4	29,7
600	22,5	29	26,8	28,8	26,8

SzD(5%) 3,06

Az összefüggés szemléltetése

a., Az összes adat megjelenítése oszlopdiaagram segítségével

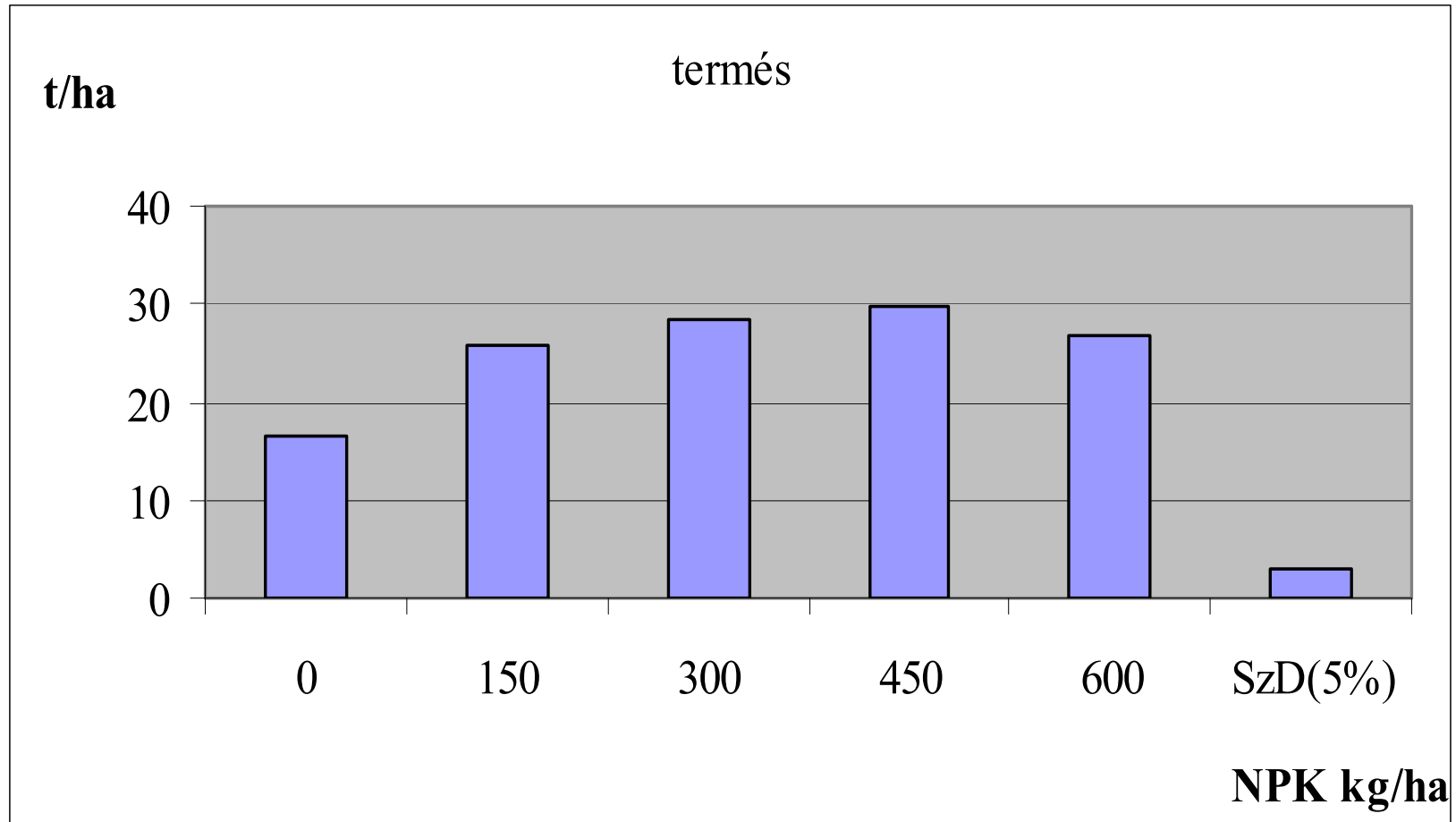
A burgonyatermés és a műtrágyakezelés összefüggése



Az összefüggés szemléltetése

b., Az átlagok megjelenítése oszlopdiagram segítségével (SzD!)

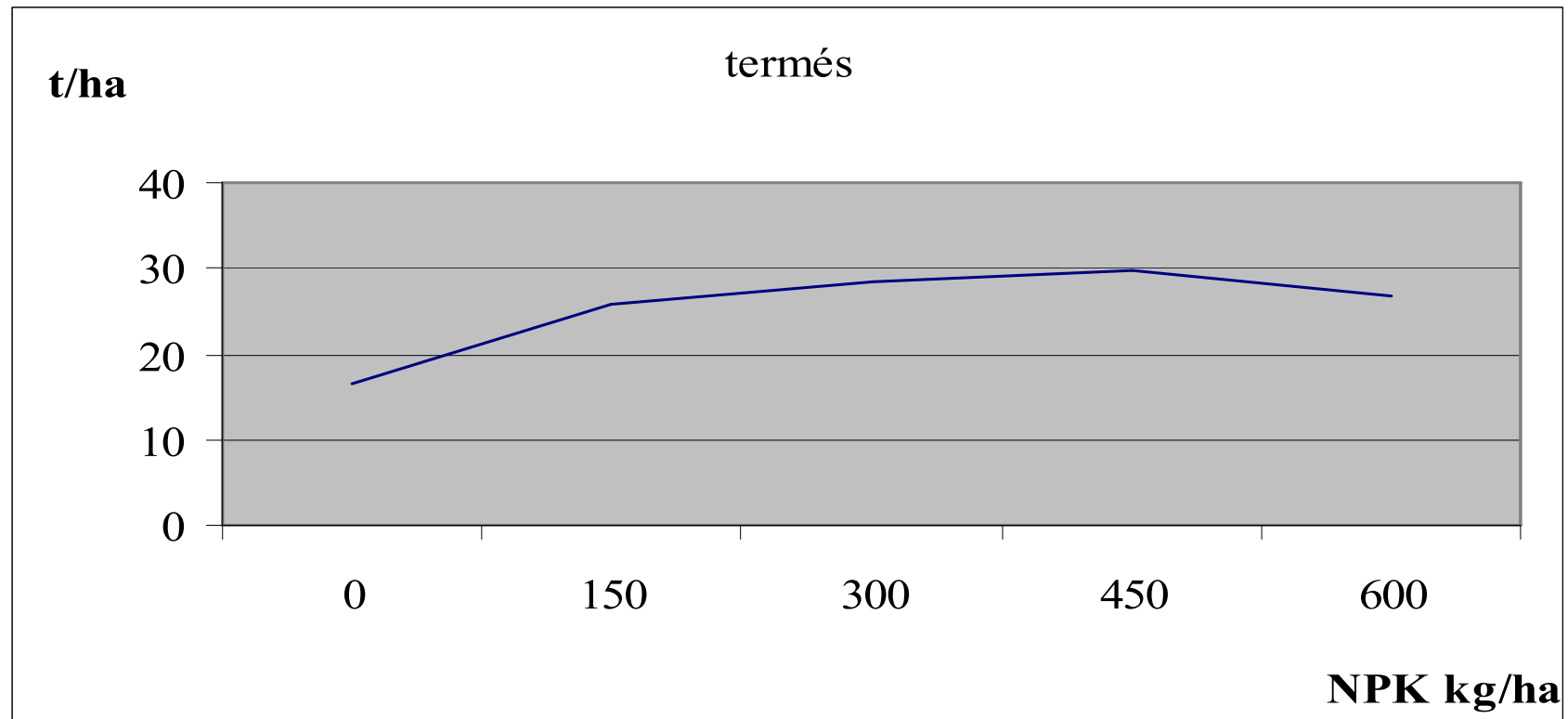
A burgonyatermés és a műtrágyakezelés összefüggése



Az összefüggés szemléltetése

c., A változás szemléltetése vonal-diagrammal ("lázgörbe")

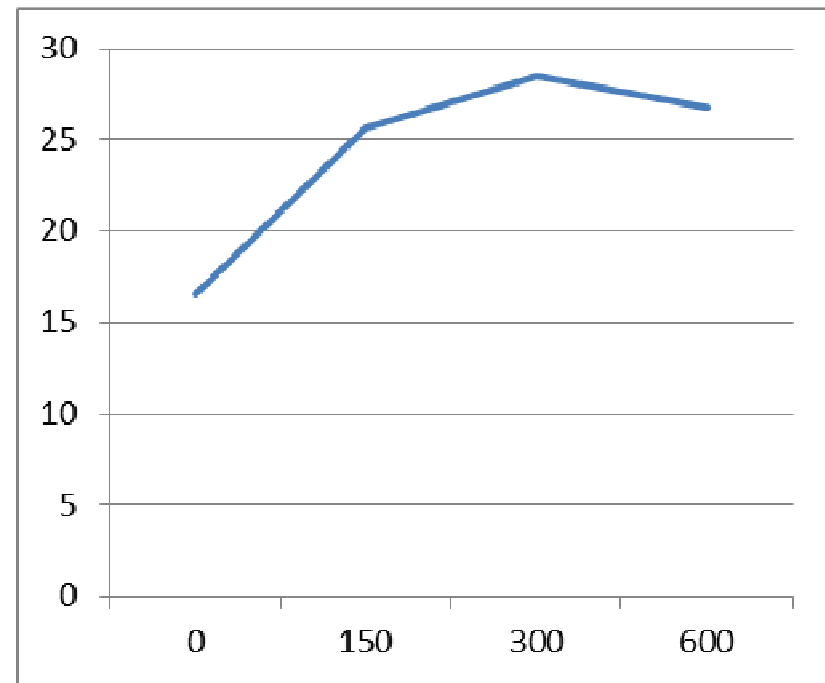
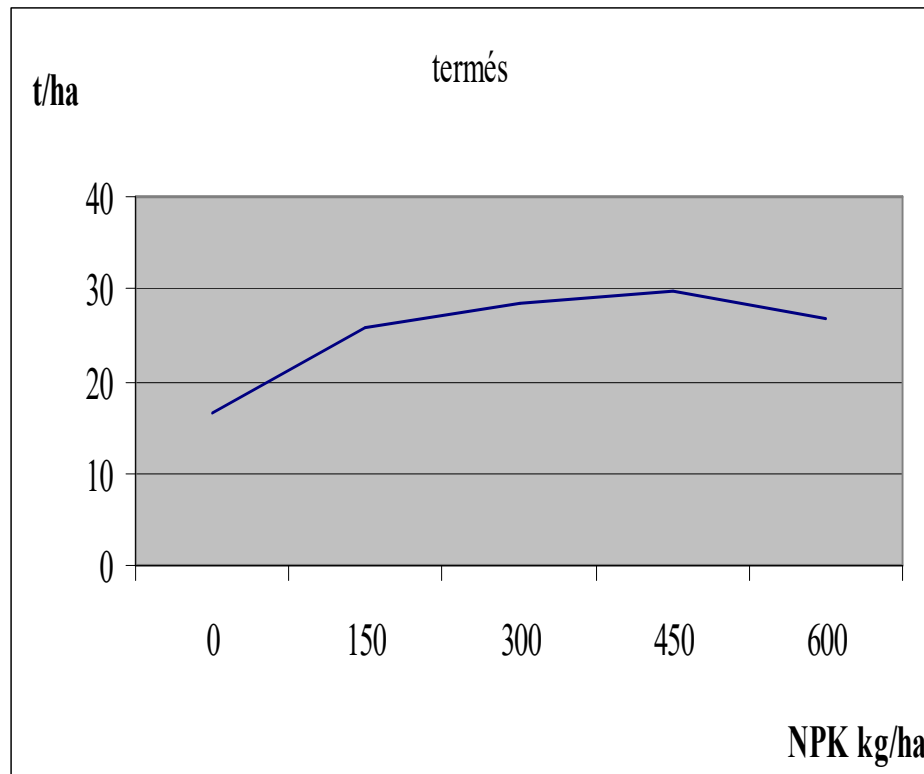
A burgonyatermés és a műtrágyakezelés összefüggése



Az összefüggés szemléltetése

c., A változás szemléltetése vonal-diagrammal ("lázgörbe")

A burgonyatermés és a műtrágyakezelés összefüggése

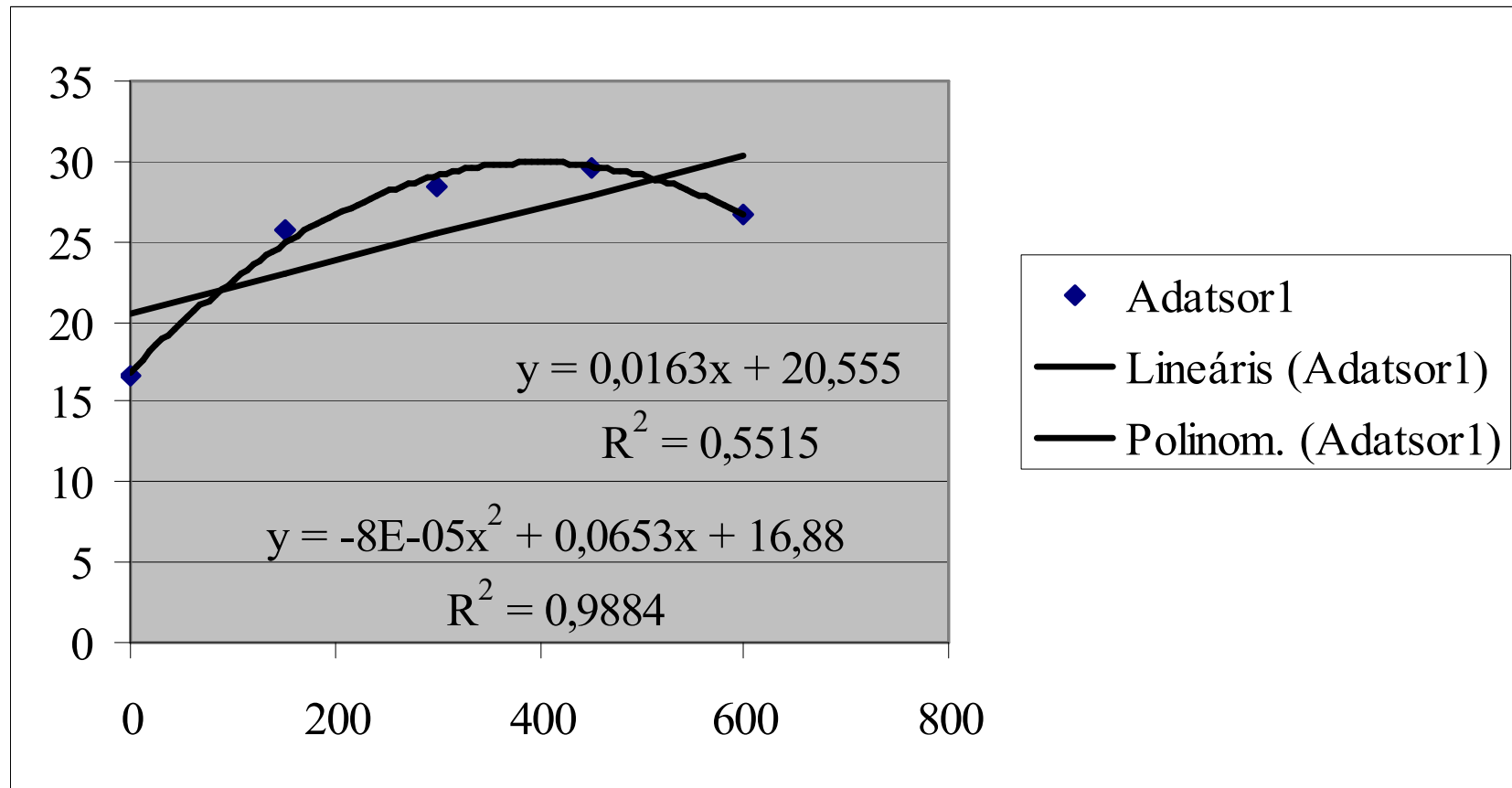


Grafikon típus: x tengely nem folytonos vált, csak kategória

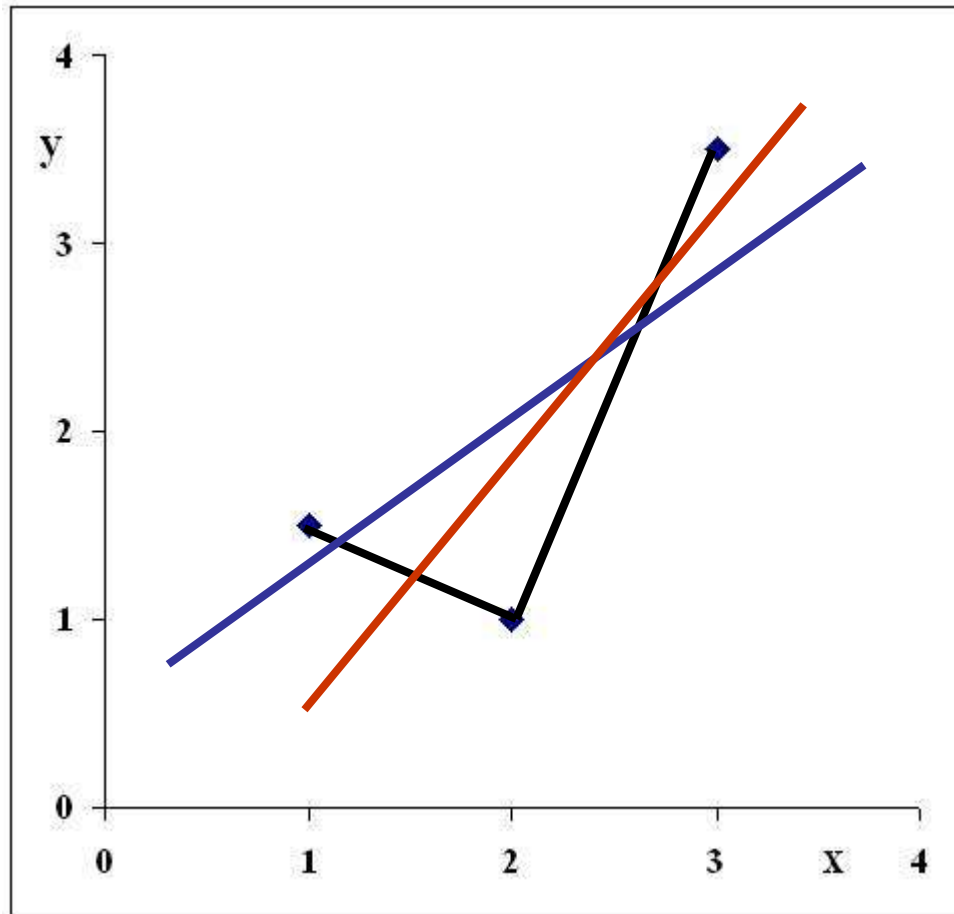
Az összefüggés szemléltetése

d., Trendvonal

A burgonyatermés és a műtrágyakezelés összefüggése



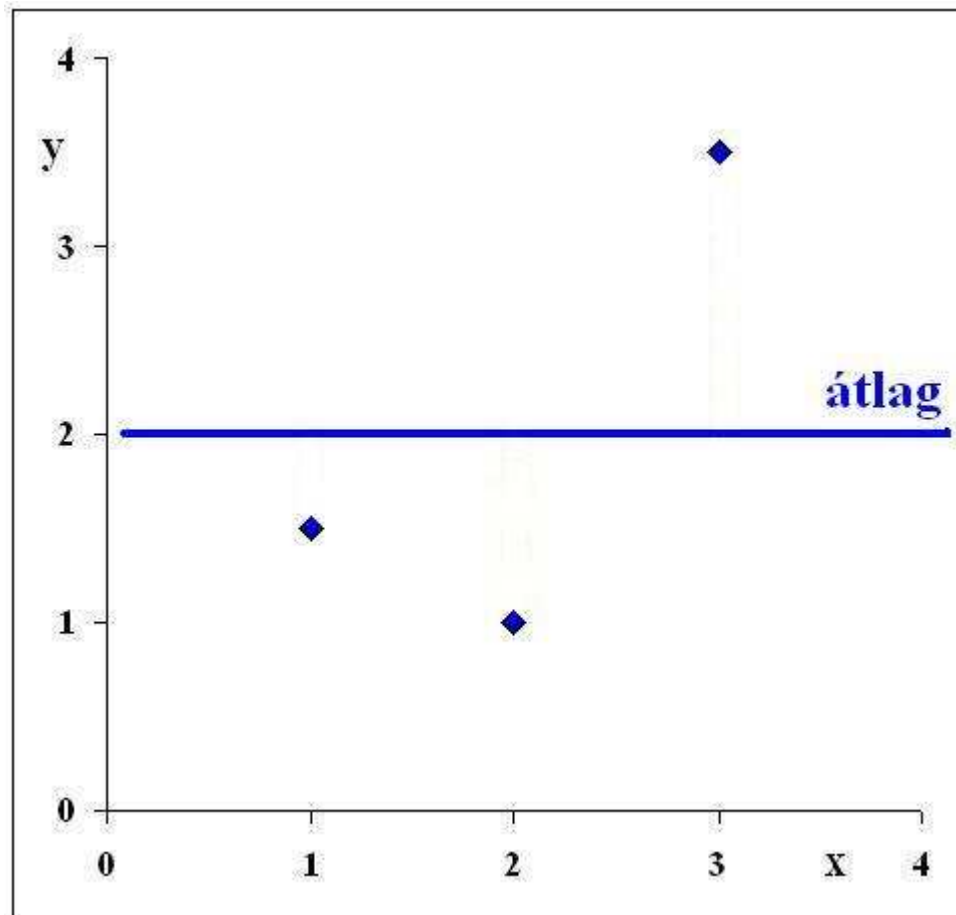
Lineáris regresszió levezetése



Modell?

x	y
1	1,5
2	1
3	3,5

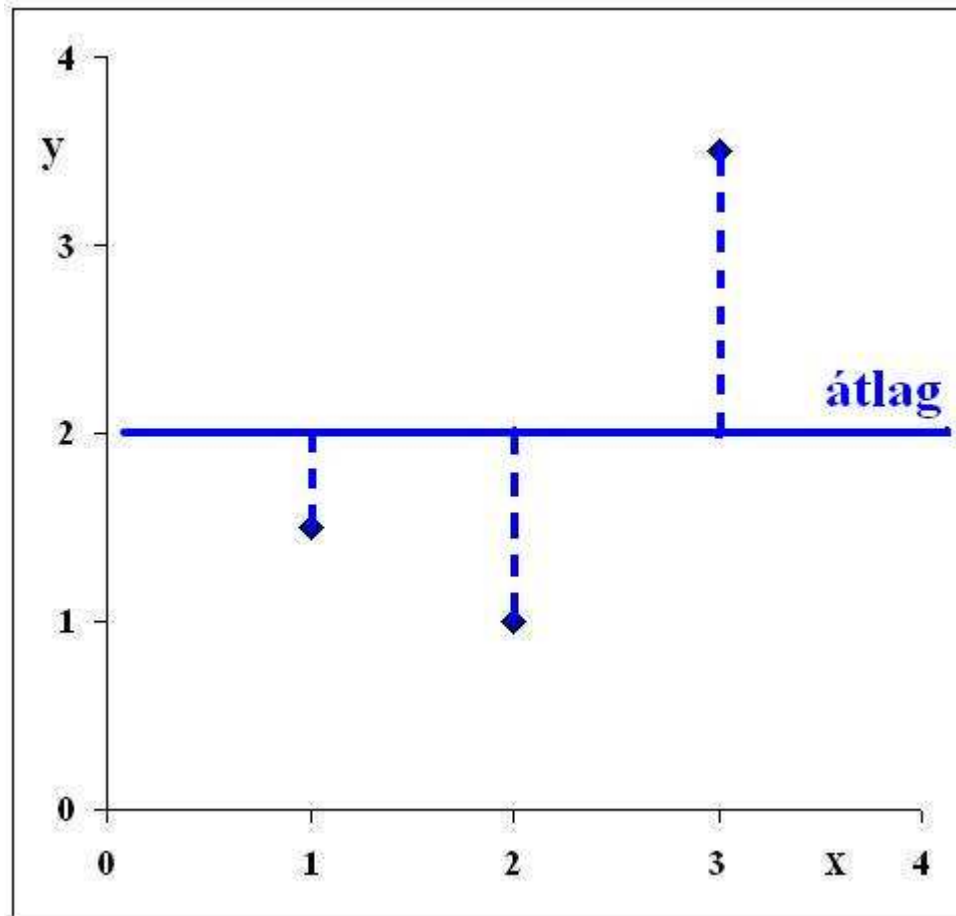
Lineáris regresszió levezetése



Modell - ÁTLAG

x	y	\hat{y}
1	1,5	2
2	1	2
3	3,5	2

Lineáris regresszió levezetése



Modell - ÁTLAG

x	y	\hat{y}	$y-\hat{y}$
1	1,5	2	-0,5
2	1	2	-1
3	3,5	2	1,5

eltérésnégyzetösszeg $SQ_y = 3,5$

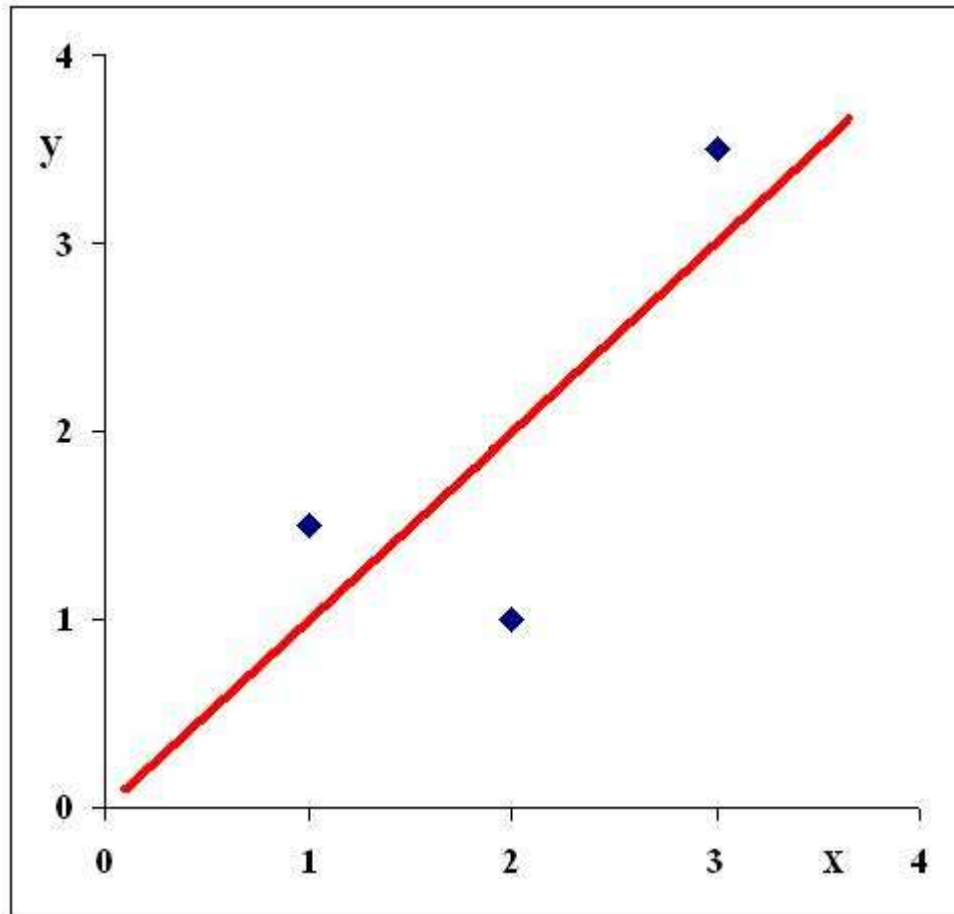
Ezt már ismerjük:

$$SQ_y = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$$

$$SQ_y = \sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{1}{n} \cdot \left(\sum_{i=1}^n y_i \right)^2$$

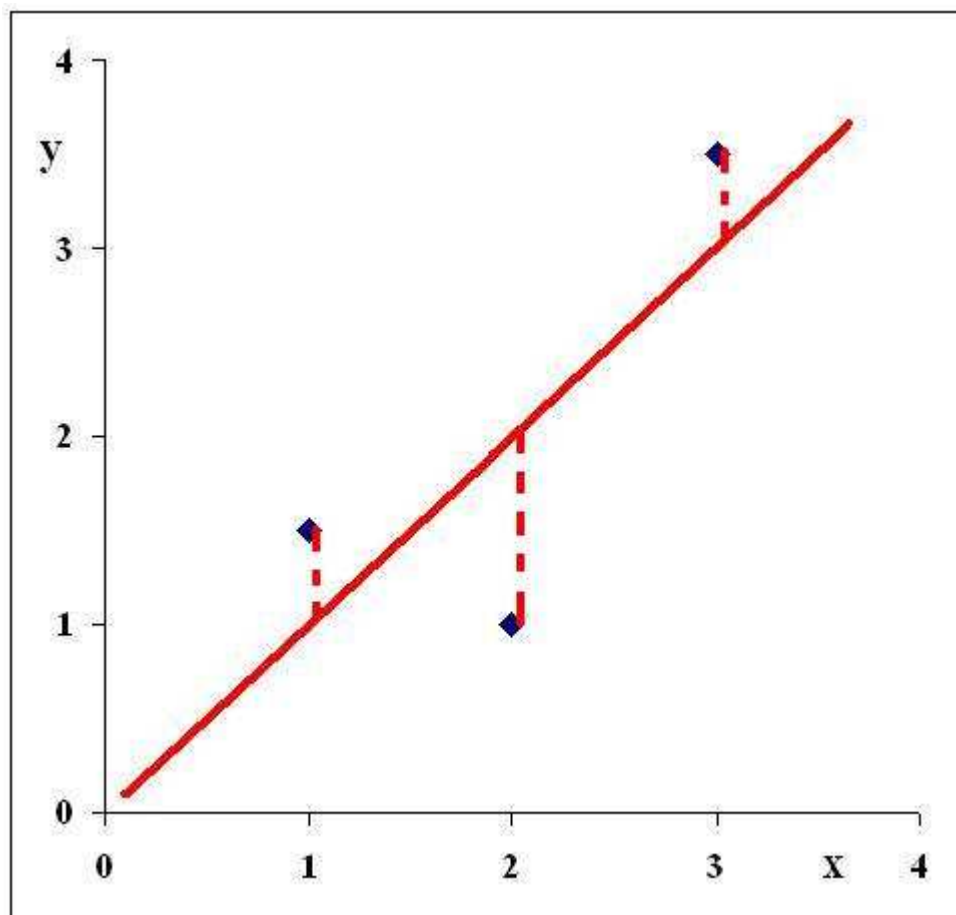
Lineáris regresszió levezetése

Modell - EGYENES



x	y
1	1,5
2	1
3	3,5

Lineáris regresszió levezetése



Modell - EGYENES

x	y	y_{sz}	$y - y_{sz}$
1	1,5		
2	1		
3	3,5		

eltérésnégyzetösszeg HSQ =

$$HSQ = \sum_{i=1}^n (y_i - y_{sz})^2$$

Az egyenes egyenlete:

$$y_{sz} = a + b * x$$

Jól illeszkedik?

HSQ -> minimum (a,b)

Lineáris regresszió levezetése

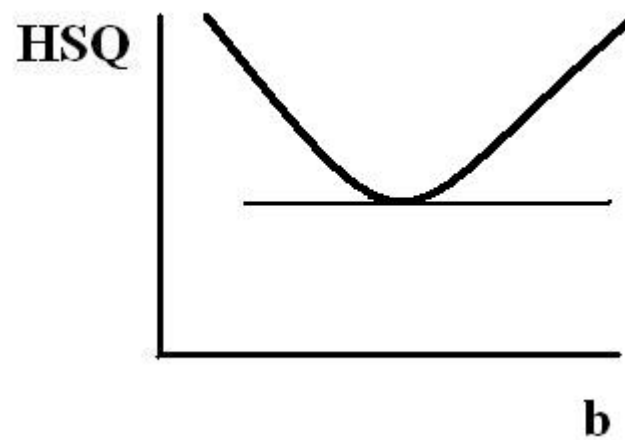
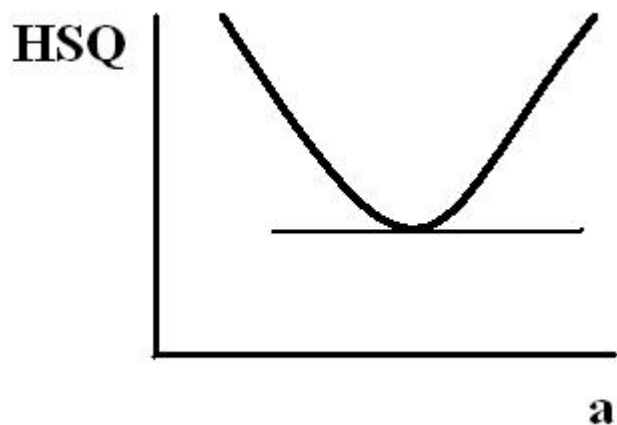
$$\text{Modell: } y_{sz} = a + b \cdot x$$

$$\text{HSQ} = \sum_{i=1}^n (y_i - y_{sz})^2$$

-> minimum (a,b)

$$\frac{d\text{HSQ}}{da} = 0$$

$$\frac{d\text{HSQ}}{db} = 0$$



Lineáris regresszió levezetése

Modell: $y_{sz} = a + b \cdot x$

$$\begin{aligned} \text{HSQ} &= \sum_{i=1}^n (y_i - y_{sz})^2 = \sum_{i=1}^n (y_i^2 - 2 \cdot y_i \cdot y_{sz} + y_{sz}^2) = \\ &= \sum_{i=1}^n (y_i^2 - 2 \cdot y_i \cdot (a + b \cdot x_i) + (a + b \cdot x_i)^2) = \\ &= \sum_{i=1}^n (y_i^2 - 2a \cdot y_i + 2b \cdot x_i \cdot y_i + a^2 + 2ab \cdot x_i + b^2 \cdot x_i^2) = \\ &= \sum_{i=1}^n y_i^2 - 2a \sum_{i=1}^n y_i - 2b \sum_{i=1}^n x_i y_i + na^2 + 2ab \sum_{i=1}^n x_i + b^2 \sum_{i=1}^n x_i^2 = \end{aligned}$$

Lineáris regresszió levezetése

Modell: $y_{sz} = a + b \cdot x$

$$\text{HSQ} = \sum_{i=1}^n (y_i - y_{sz})^2 =$$

$$: \sum_{i=1}^n y_i^2 - 2a \sum_{i=1}^n y_i - 2b \sum_{i=1}^n x_i y_i + na^2 + 2ab \sum_{i=1}^n x_i + b^2 \sum_{i=1}^n x_i^2 =$$

$$\frac{d\text{HSQ}}{da} = -2 \sum_{i=1}^n y_i + 2na + 2b \sum_{i=1}^n x_i = 0$$

$$\frac{d\text{HSQ}}{db} = -2 \sum_{i=1}^n x_i y_i + 2a \sum_{i=1}^n x_i + 2b \sum_{i=1}^n x_i^2 = 0$$

Lineáris regresszió levezetése

$$\text{Modell: } y_{sz} = a + b \cdot x$$

$$-\sum_{i=1}^n y_i + na + b \sum_{i=1}^n x_i = 0 \longrightarrow a = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i - \frac{b}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$-\sum_{i=1}^n x_i y_i + a \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n x_i^2 = 0$$



$$-\sum_{i=1}^n x_i y_i + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i - \frac{b}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 + b \sum_{i=1}^n x_i^2 = 0$$

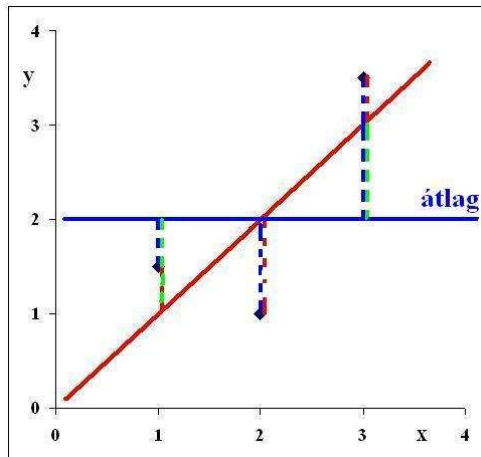
$$b \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right) = \sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i$$

Lineáris regresszió levezetése

Modell: $y_{sz} = a + b \cdot x$

$$b \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right) = \sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2} = \frac{SP}{SQ_x}$$



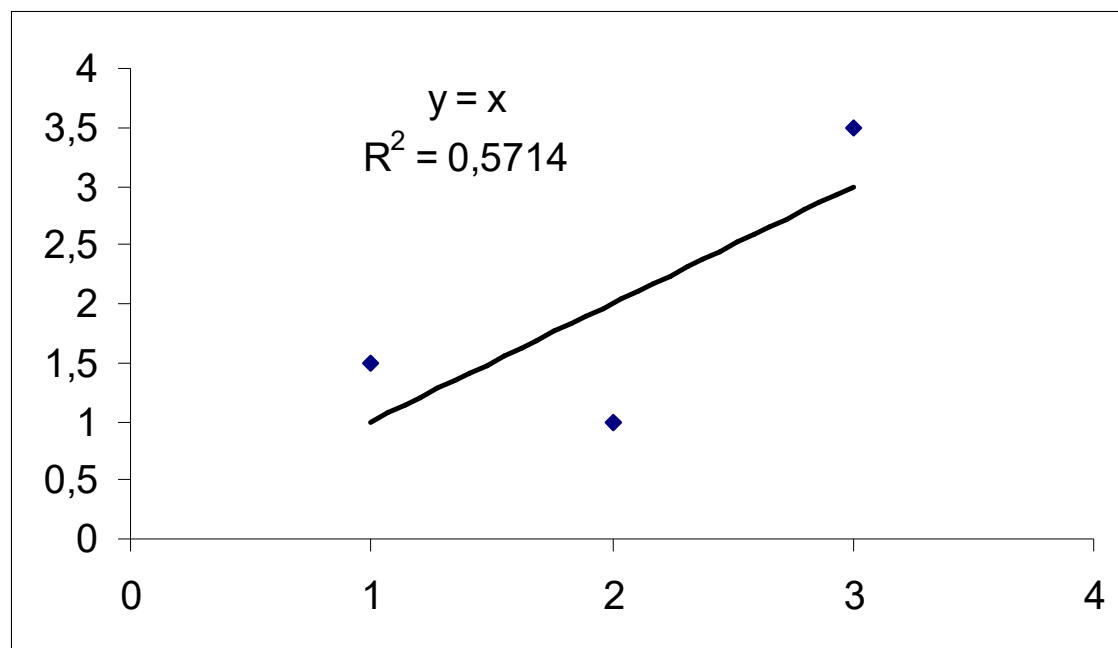
$$\bar{y} = a + b \cdot \bar{x}$$

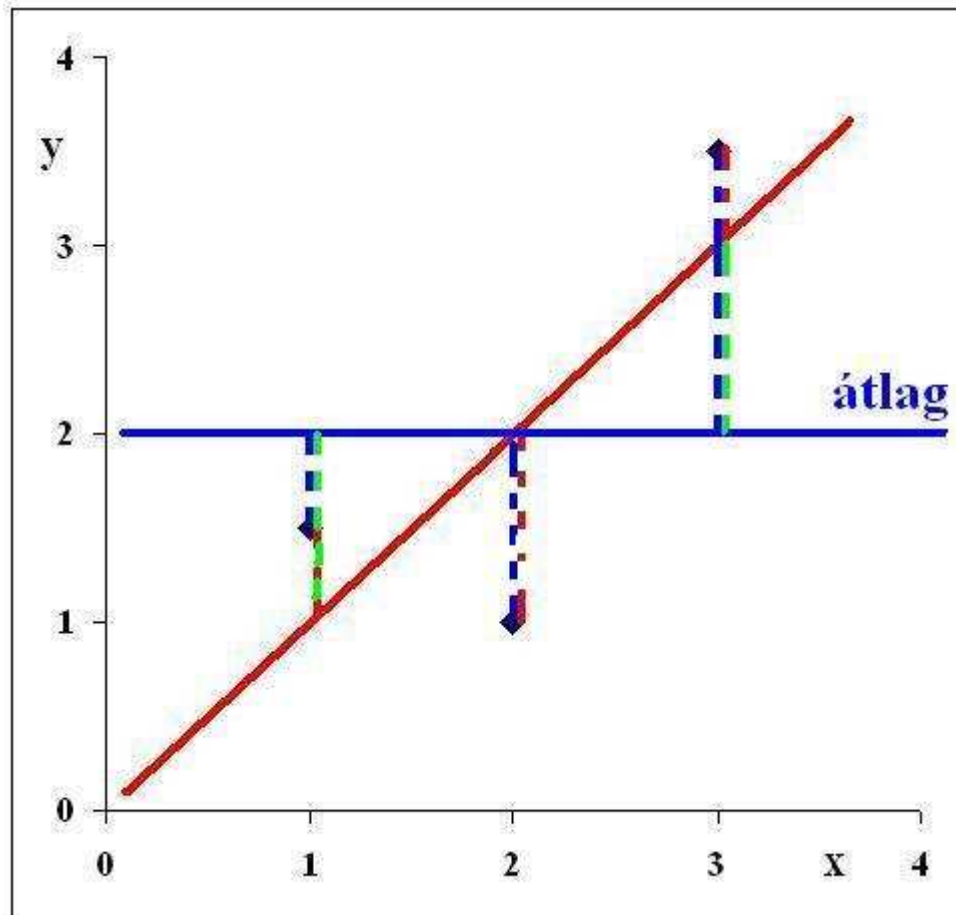
$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x}$$

Variancia táblázat

		SQ	FG	MQ	Farány	det.koeff. r^2
Összes	SQ_y	3,5	2	1,75	RMQ/HMQ	RSQ/ÖSQ
Regresszió	$SQ_y - HSQ = SP^2 / SQ_x$	2	1	2	1,3	0,5714
Hiba	$HSQ = \text{ÖSQ} - RSQ$	1,5	1	1,5	Inverz_F=39,9+	

Korrelációs koeff.: $r = 0,7559$





$$\text{ÖSQ} = \text{SQ}_y$$

$$\text{SQ}_y = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$$

$$\text{HSQ} = \sum_{i=1}^n (y_i - y_{\text{SZ}})^2 =$$

$$\text{RSQ} = \sum_{i=1}^n (y_{\text{SZ}} - \bar{y})^2 =$$