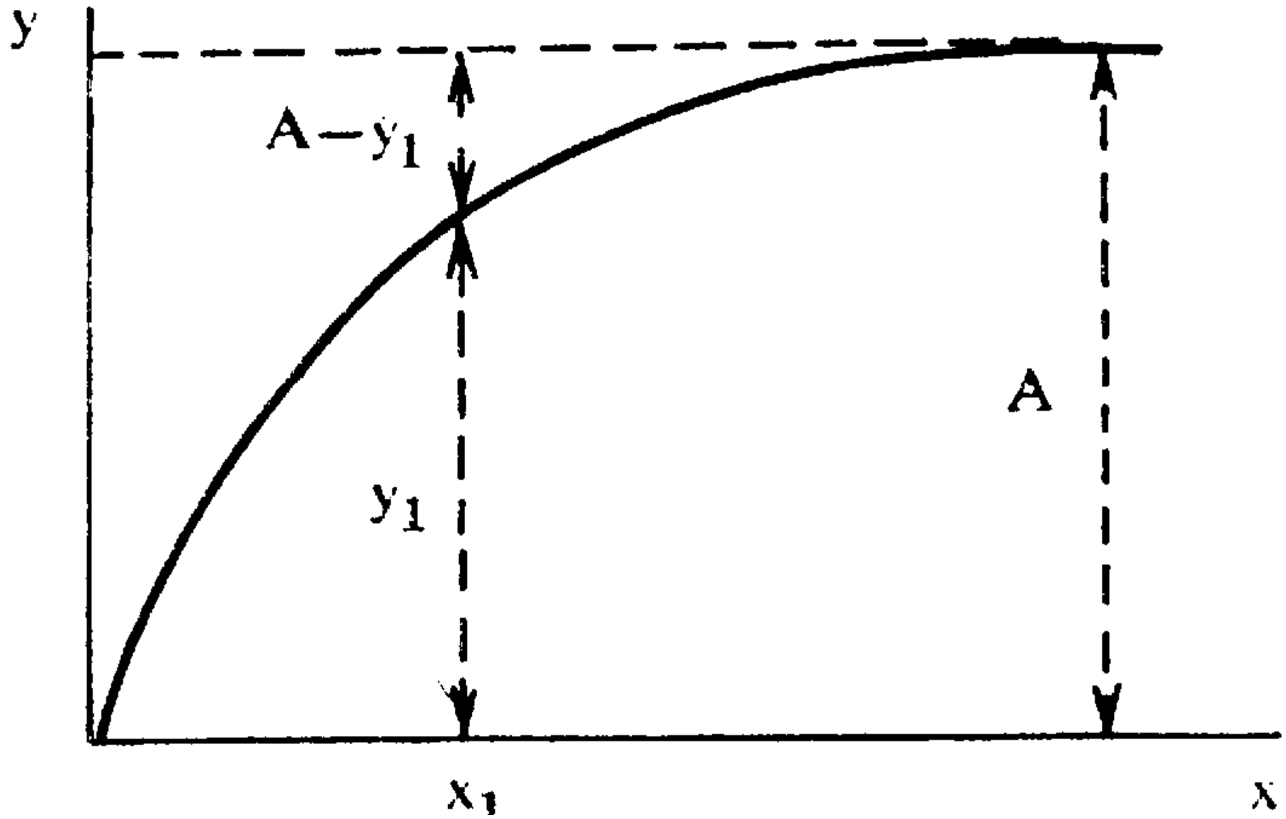
Többváltozós nemlineáris összefüggések vizsgálata

A termés növekedése egy hatástényező függvényében
Mitscherlich 1909.



$$\frac{dy}{dx} = k \cdot (A - y) \qquad y = A \cdot (1 - e^{-k \cdot x})$$

Mitscherlich függvény levezetése

$$\frac{dy}{dx} = k \cdot (A - y)$$

$$\boxed{\int_0^y \frac{1}{(A-y)} \cdot dy} = \boxed{\int_0^x k \cdot dx}$$

$$\boxed{\int_0^y \frac{1}{(A-y)} \cdot dy} = -\ln(A-y)\Big]_0^y = -\ln(A-y) - (-\ln(A)) =$$

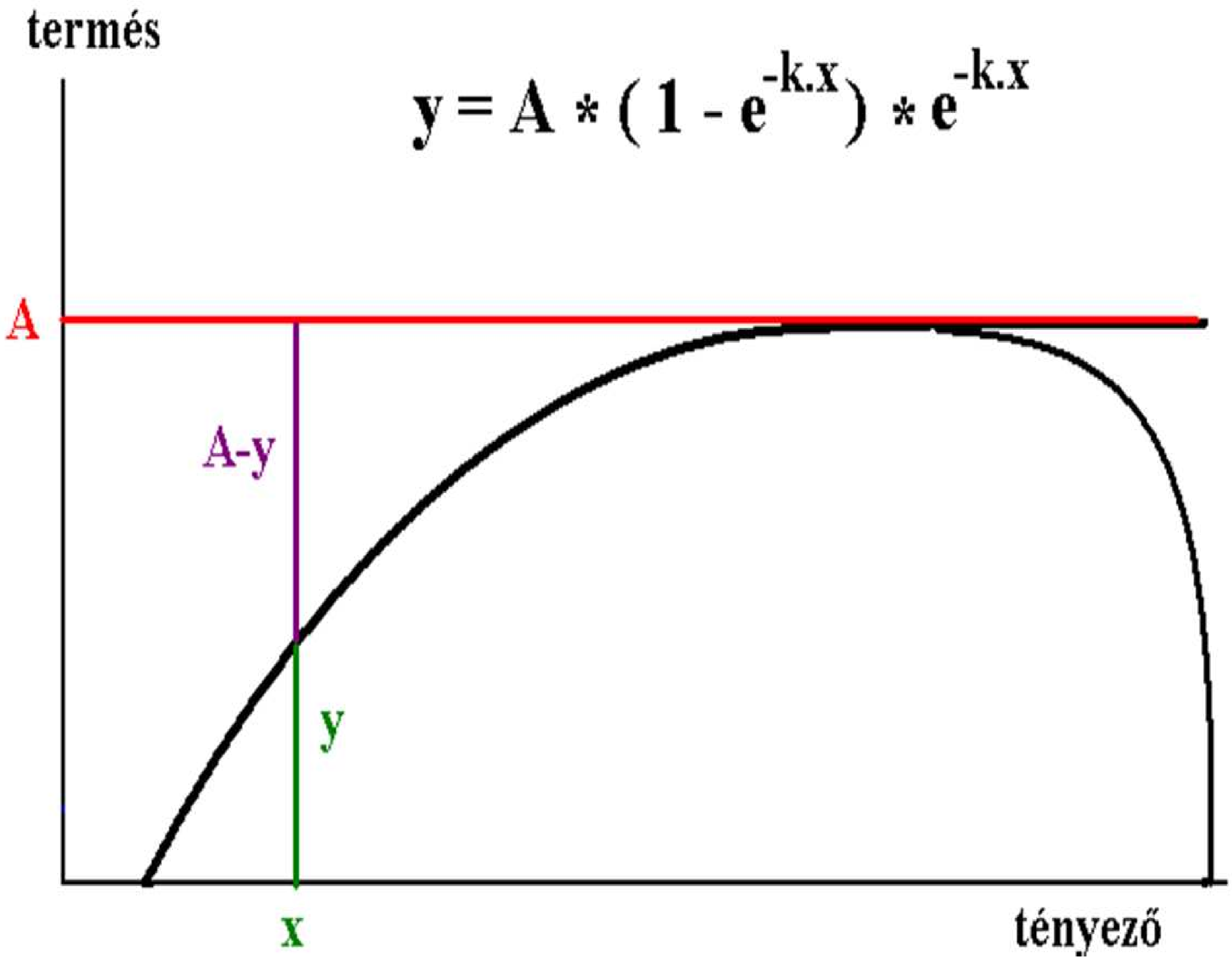
$$= -(\ln(A-y) - \ln(A)) = \boxed{-\ln\frac{A-y}{A}}$$

$$\boxed{\int_0^x k \cdot dx} = k \cdot x\Big]_0^x = k \cdot x - 0 \cdot x = \boxed{k \cdot x}$$

$$\boxed{-\ln\frac{A-y}{A}} = \boxed{k \cdot x} \qquad \ln\frac{A-y}{A} = -k \cdot x \qquad \frac{A-y}{A} = e^{-k \cdot x}$$

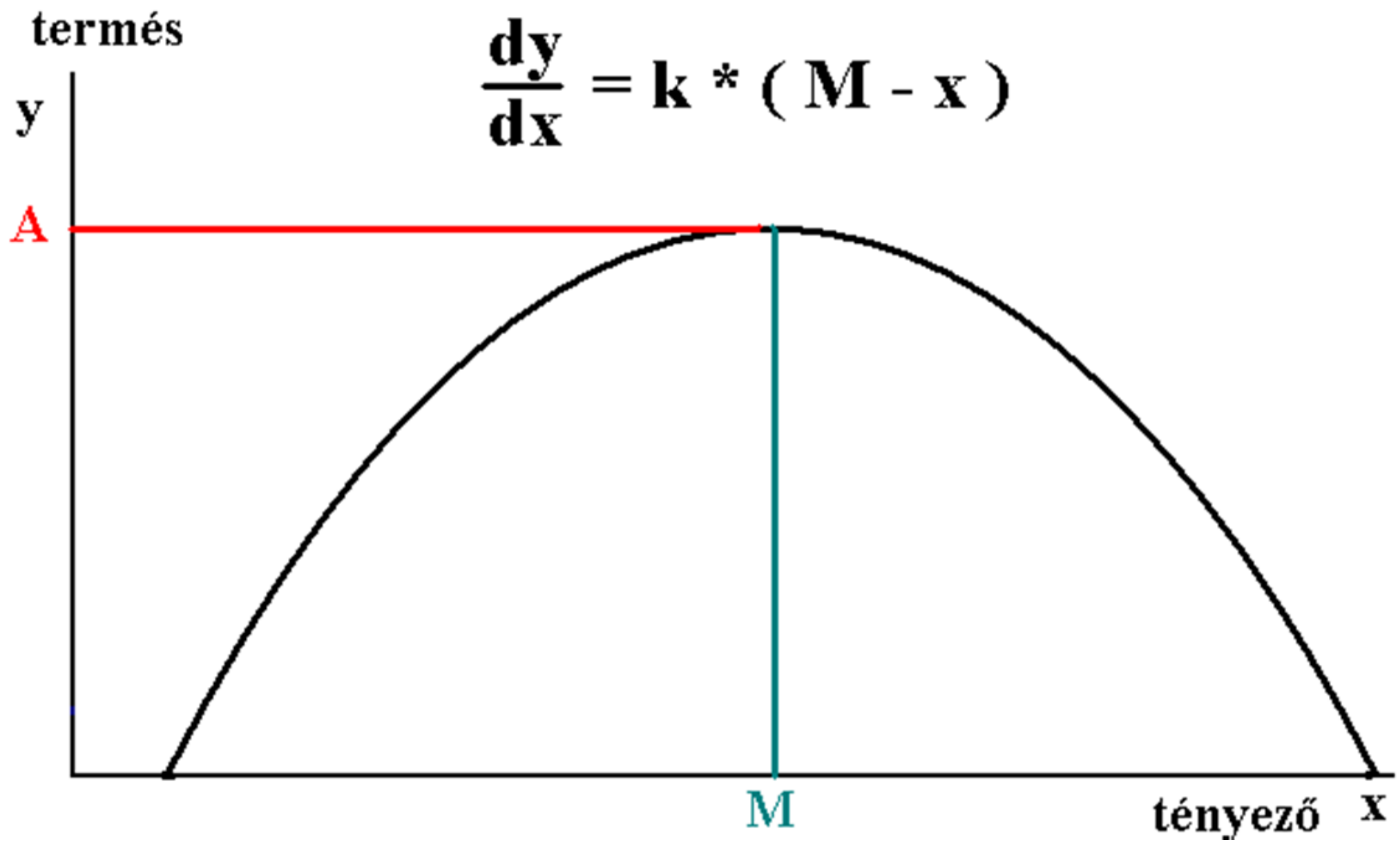
$$A - y = A \cdot e^{-k \cdot x} \qquad y = A - A \cdot e^{-k \cdot x} \qquad y = A \cdot (1 - e^{-k \cdot x})$$

A termés növekedése egy hatástényező függvényében
Mitscherlich 1928.



Di Gléria modell

$$\frac{dy}{dx} = k * (M - x)$$



A differenciál-egyenlet integrálásával másodfokú parabolát kapunk

$$y = A\left(\frac{2 \cdot x}{M} - \frac{x^2}{M^2}\right) \qquad A = \frac{K \cdot M^2}{2}$$

Di Gléria függvény levezetése

$$\frac{dy}{dx} = K \cdot (M - x)$$

$$\boxed{\int_0^y dy} = \boxed{\int_0^x K \cdot (M - x) \cdot dx}$$

$$\boxed{y} = \boxed{\int_0^x K \cdot (M - x) \cdot dx} = \int_0^x (K \cdot M - K \cdot x) \cdot dx =$$

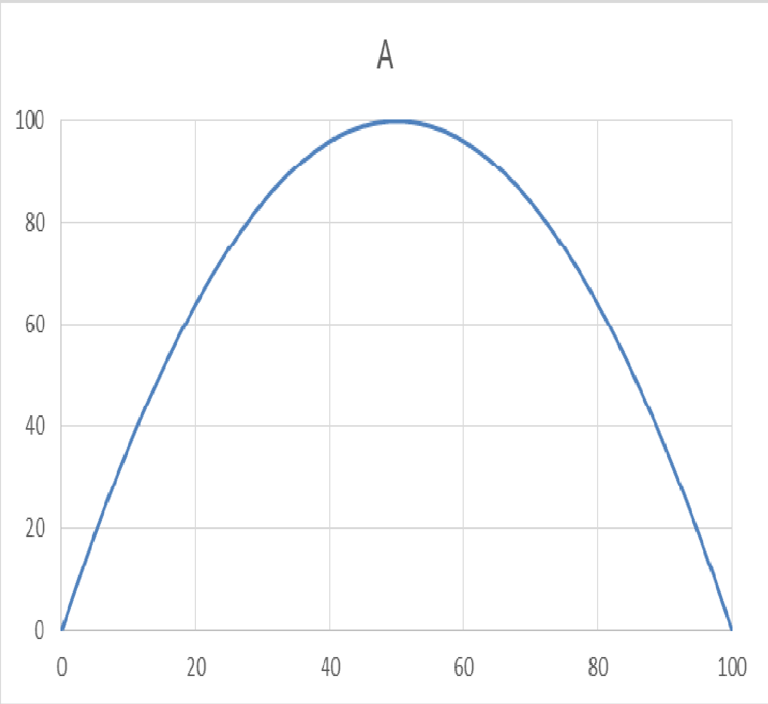
$$= (K \cdot M \cdot x - \tfrac{1}{2} \cdot K \cdot x^2)\Big]_0^x = \boxed{K \cdot M \cdot x - \tfrac{1}{2} \cdot K \cdot x^2}$$

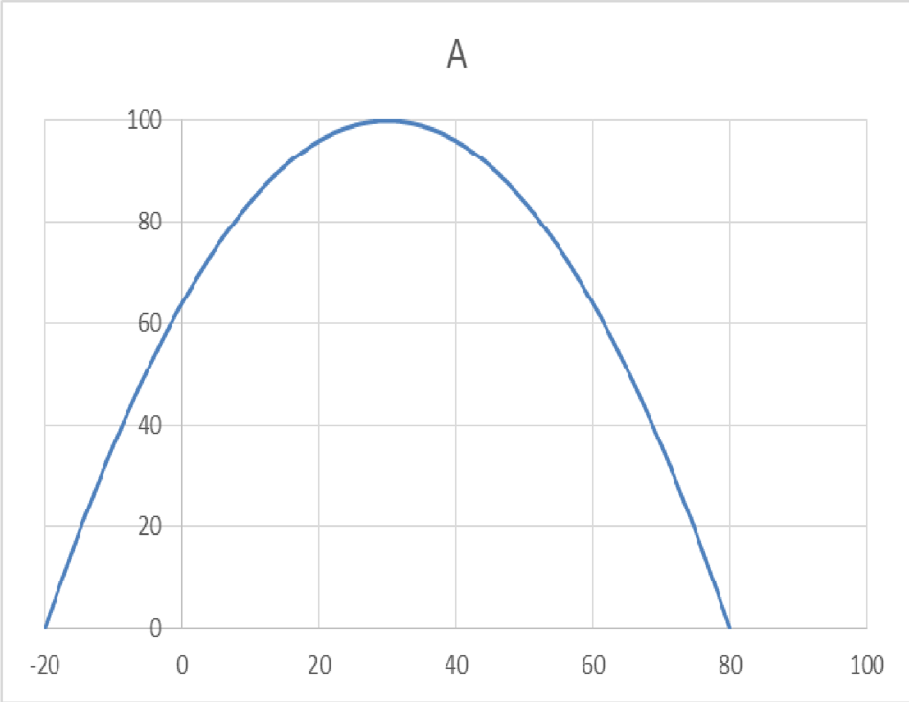
$$y_M = K \cdot M^2 - \tfrac{1}{2} \cdot K \cdot M^2 = \tfrac{1}{2} \cdot K \cdot M^2 = A$$

$$y = K \cdot M \cdot x - \tfrac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 = \frac{A}{\tfrac{1}{2} \cdot K \cdot M^2}(K \cdot M \cdot x - \tfrac{1}{2} \cdot K \cdot x^2) =$$

$$y = A(\frac{2 \cdot x}{M} - \frac{x^2}{M^2})$$

Di Gléria modell





$$y = b \cdot x - c \cdot x^2$$

$$y = a + b \cdot x - c \cdot x^2$$

$$y = K \cdot M \cdot x - \tfrac{1}{2} \cdot K \cdot x^2$$

$$y = A\left(\frac{2 \cdot x}{M} - \frac{x^2}{M^2}\right)$$

A talaj eredeti tápanyag-tartalma számítható

Kétváltozós parabola

$$y = a_0 + a_N N + a_P P + a_{NP} N P - a_{N^2} N^2 - a_{P^2} P^2$$

Egyik változó fixálása (metszet) -> egyváltozós parabola

$$y = a_0 + a_N N_{fix} - a_{N^2} N_{fix}^2 + (a_P + a_{NP} N_{fix}) \cdot P - a_{P^2} P^2$$

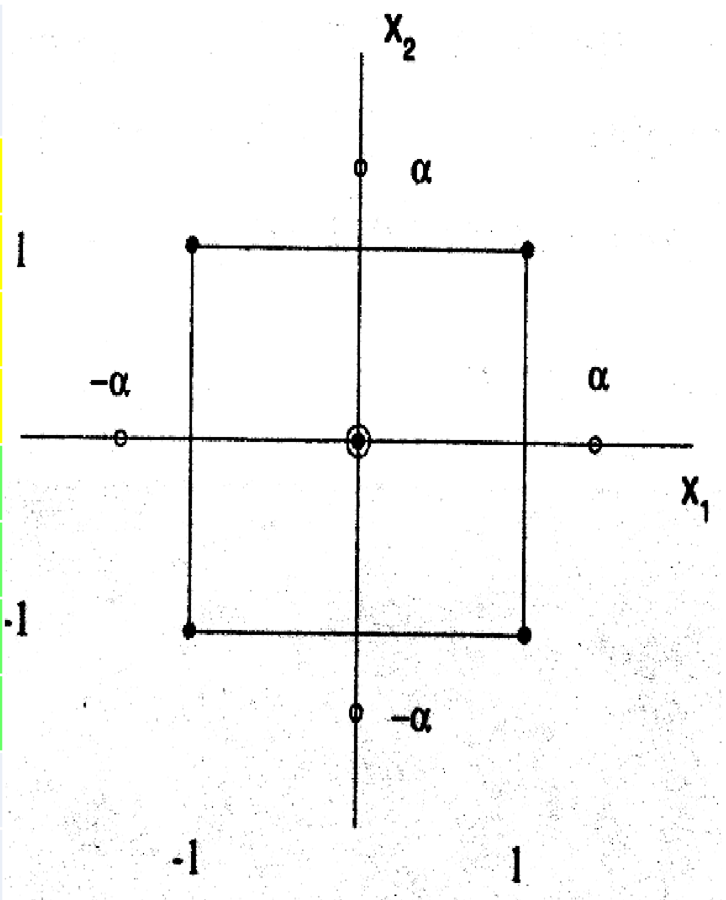
Egyik változó szerinti derivált -> egyváltozós lineáris

$$\frac{dy}{dN} = a_N + a_{NP} M_P + 2 \cdot a_{N^2} M_N$$

$$\frac{dy}{dP} = a_P + a_{NP} M_N + 2 \cdot a_{P^2} M_P$$

Másodfokú ortogonális faktorterv

	Konst.	x_N	x_P	$x_N x_P$	x_N^2	x_P^2
1	+1	+1	+1	+1	1-d	1-d
2	+1	-1	+1	-1	1-d	1-d
3	+1	+1	-1	-1	1-d	1-d
4	+1	-1	-1	+1	1-d	1-d
5	+1	$+\alpha$	0	0	α^2-d	-d
6	+1	$-\alpha$	0	0	α^2-d	-d
7	+1	0	$+\alpha$	0	-d	α^2-d
8	+1	0	$-\alpha$	0	-d	α^2-d
9	+1	0	0	0	-d	-d
10	+1	0	0	0	-d	-d
11	+1	0	0	0	-d	-d
12	+1	0	0	0	-d	-d



$+\alpha$ $-\alpha$ csillagpontok

Ortogonalitás?

Pl.
Triviális x_N^2 vektor és x_N, x_P, $x_N x_P$ ortogonális

Ha Konst és x_N^2 vektor ortogonálisak:

$$4 + 2.\alpha^2 - 12.d = 0$$

$$\alpha^2 = 6.d - 2$$

Ha x_N^2 és x_P^2 vektor ortogonálisak:

	Konst.	x_N	x_P	$x_N x_P$	x_N^2	x_P^2
1	+1	+1	+1	+1	1-d	1-d
2	+1	-1	+1	-1	1-d	1-d
3	+1	+1	-1	-1	1-d	1-d
4	+1	-1	-1	+1	1-d	1-d
5	+1	$+\alpha$	0	0	α^2-d	-d
6	+1	$-\alpha$	0	0	α^2-d	-d
7	+1	0	$+\alpha$	0	-d	α^2-d
8	+1	0	$-\alpha$	0	-d	α^2-d
9	+1	0	0	0	-d	-d
10	+1	0	0	0	-d	-d
11	+1	0	0	0	-d	-d
12	+1	0	0	0	-d	-d

$4.(1-d)^2 - 4.d.(\alpha^2-d) + 4.d^2 = 0$ behelyettesítve α^2 -t

$(1-d)^2 - d.(6.d - 2 - d) + d^2 = 1 - 2.d + d^2 - 6.d^2 + 2.d + d^2 + d^2 = 0$

$- 3.d^2 + 1 = 0 \Rightarrow 3.d^2 = 1 \Rightarrow d^2 = 1/3 \Rightarrow \boxed{d = 0{,}577 \quad \alpha = 1{,}21}$

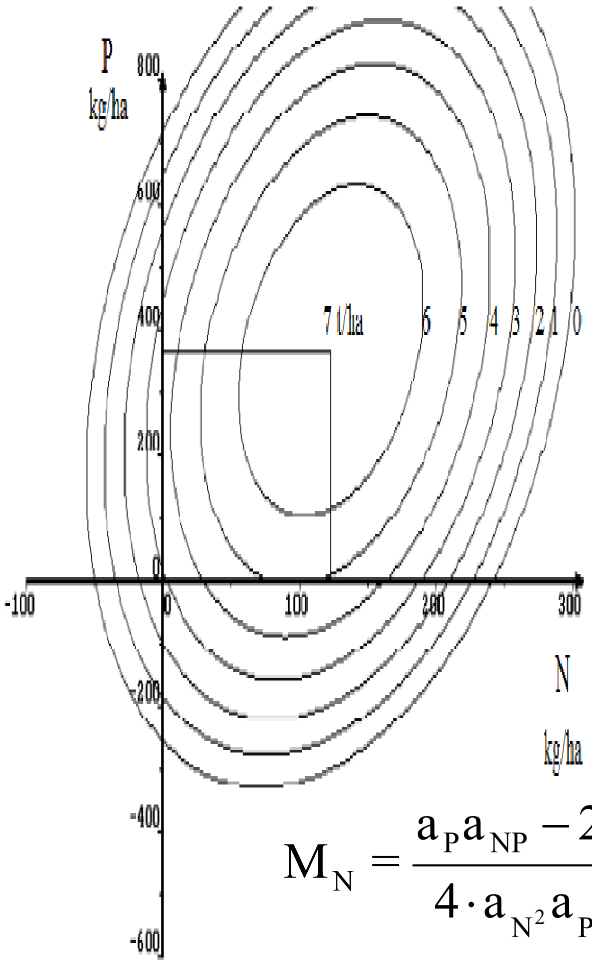
$$\underline{\underline{X}} = \begin{vmatrix} +1 & +1 & +1 & +1 & 1-d & 1-d \\ +1 & -1 & +1 & -1 & 1-d & 1-d \\ +1 & +1 & -1 & -1 & 1-d & 1-d \\ +1 & -1 & -1 & +1 & 1-d & 1-d \\ +1 & +\alpha & 0 & 0 & \alpha^2-d & -d \\ +1 & -\alpha & 0 & 0 & \alpha^2-d & -d \\ +1 & 0 & +\alpha & 0 & -d & \alpha^2-d \\ +1 & 0 & -\alpha & 0 & -d & \alpha^2-d \\ +1 & 0 & 0 & 0 & -d & -d \\ +1 & 0 & 0 & 0 & -d & -d \\ +1 & 0 & 0 & 0 & -d & -d \\ +1 & 0 & 0 & 0 & -d & -d \end{vmatrix} \qquad \underline{Y} = \begin{vmatrix} 6.5 \\ 5.0 \\ 5.5 \\ 3.5 \\ 6.0 \\ 4.0 \\ 6.0 \\ 4.5 \\ 5.7 \\ 5.4 \\ 5.3 \\ 5.6 \end{vmatrix} \qquad \underline{\underline{X}}^T \underline{\underline{X}} = \begin{vmatrix} 12 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6.9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6.9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4.3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4.3 \end{vmatrix}$$

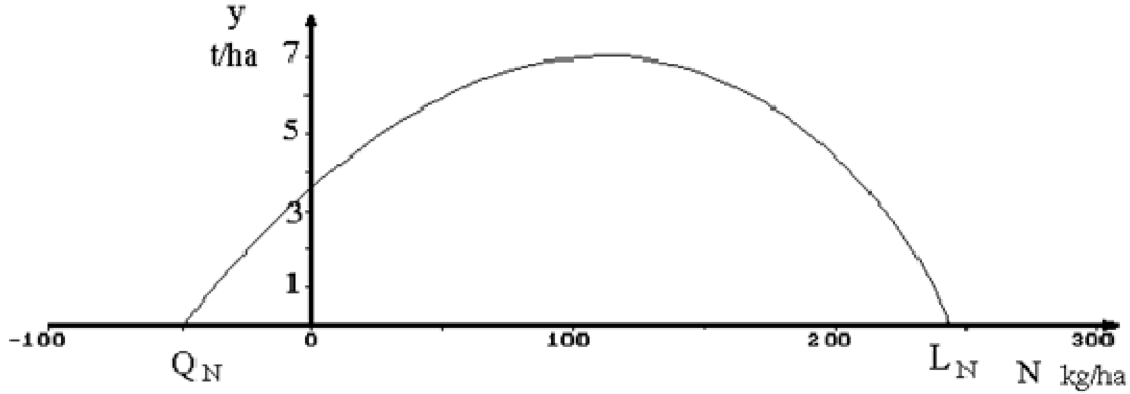
$$\underline{B} = \begin{vmatrix} b_0 \\ b_N \\ b_P \\ b_{NP} \\ b_{N^2} \\ b_{P^2} \end{vmatrix} = \left(\underline{\underline{X}}^T \underline{\underline{X}}\right)^{-1} \left(\underline{\underline{X}}^T \underline{Y}\right) = \begin{vmatrix} (6.5+4+5.5+\ldots)/12 \\ (6.5-4+5.5-\ldots)/6.9 \\ (6.5-4-5.5+\ldots)/6.9 \\ \ldots \\ \ldots \\ \ldots \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5.47 \\ 1.00 \\ 0.48 \\ 0.13 \\ -0.59 \\ -0.08 \end{vmatrix}$$

$$y = 5.47 + 1.00x_N + 0.48x_P + 0.13x_N x_P - 0.59x_N^2 - 0.08x_P^2$$

$$x_N = \frac{N - 60.2}{49.8} \qquad x_P = \frac{P - 86.5}{71.5}$$

$$y = 2.9 + 0.046\,N + 0.0073\,P + 0.000035\,N\,P - 0.00024\,N^2 - 0.000016\,P^2$$





A kétváltozós hatásfüggvény metszete konstans (P=0) értéknél.

$$\frac{dy}{dN} = a_N + a_{NP}M_P + 2 \cdot a_{N^2}M_N = 0$$

$$M_N = \frac{a_P a_{NP} - 2 \cdot a_N a_{P^2}}{4 \cdot a_{N^2} a_{P^2} - a_{NP}^2} = \frac{0.0073 \cdot 0.000035 + 2 \cdot 0.046 \cdot 0.000016}{4 \cdot 0.00024 \cdot 0.000016 - 0.000035^2} = 122.2\ \text{kg/ha}$$