Szórás → **átlagos eltérés**

Mitől való eltérés? ***Hogyan számítjuk?***

Eltérések átlaga? Eltérések abszolút értékének átlaga?
Eltérések négyzetének átlaga?

Az átlagtól való eltérések összege nulla

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}) \equiv 0 \qquad \bar{x} = \frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n}\bar{x}} = n\cdot\bar{x} \qquad \boxed{\sum_{i=1}^{n} x_i} = n\cdot\bar{x}$$

Összeadás sorrendje felcserélhető

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}) = \boxed{\sum_{i=1}^{n} x_i} - \boxed{\sum_{i=1}^{n}\bar{x}} = n\cdot\bar{x} - n\cdot\bar{x} \equiv 0$$

Eltérésnégyzetösszeg (SQ) számítása előzetes átlagszámítás nélkül

$$\boxed{SQ = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} = \sum_{i=1}^{n}(x_i^2 - 2\cdot x_i \cdot \bar{x} + \bar{x}^2) =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} 2\cdot x_i \cdot \bar{x} + \sum_{i=1}^{n} \bar{x}^2 =$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = n\cdot \bar{x}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2\cdot \bar{x} \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i + n\cdot \bar{x}^2 =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2\cdot n\cdot \bar{x}^2 + n\cdot \bar{x}^2 = \boxed{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\cdot \bar{x}^2}$$

Eltérésnégyzetösszeg (SQ) számítása előzetes átlagszámítás nélkül

$$SQ = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = \boxed{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n \cdot \bar{x}^2}$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i \qquad \bar{x}^2 = \frac{1}{n^2} \cdot \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2$$

$$SQ = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n \cdot \bar{x}^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{n}{n^2} \cdot \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2$$

$$\boxed{SQ = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{1}{n} \cdot \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

A várható értéktől számított eltérések négyzetösszege ($SQ_{vé}$) nagyobb, vagy egyenlő az átlagtól számított eltérések négyzetösszegénél (SQ)

$$vé = \bar{x} + e$$

$$SQ_{vé} = \sum_{i=1}^{n} (x_i - vé)^2 = \sum_{i=1}^{n} (x_i^2 - 2 \cdot x_i \cdot vé + vé^2)$$

$$SQ_{vé} = \sum_{i=1}^{n} (x_i^2 - 2 \cdot x_i \cdot (\bar{x} + e) + (\bar{x} + e)^2) =$$

$$\sum_{i=1}^{n} (x_i^2 - 2 \cdot \bar{x} \cdot x_i - 2 \cdot e \cdot x_i + \bar{x}^2 + 2 \cdot e \cdot \bar{x} + e^2) =$$

A várható értéktől számított eltérések négyzetösszege ($SQ_{vé}$) nagyobb v. egyenlő az átlagtól számított eltérések négyzetösszegénél (SQ)

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i^2 - 2\cdot\bar{x}\cdot x_i - 2\cdot e\cdot x_i + \bar{x}^2 + 2\cdot e\cdot\bar{x} + e^2) =$$

$$\sum_{i=1}^{n}x_i^2 - 2\cdot\bar{x}\cdot\sum_{i=1}^{n}x_i - 2\cdot e\cdot\sum_{i=1}^{n}x_i + n\cdot\bar{x}^2 + 2\cdot n\cdot e\cdot\bar{x} + n\cdot e^2 =$$

$$\sum_{i=1}^{n}x_i = n\cdot\bar{x}$$

$$\sum_{i=1}^{n}x_i^2 - 2\cdot n\cdot\bar{x}^2 - 2\cdot n\cdot e\cdot\bar{x} + n\cdot\bar{x}^2 + 2\cdot n\cdot e\cdot\bar{x} + n\cdot e^2 =$$

$$\sum_{i=1}^{n}x_i^2 - 2\cdot n\cdot\bar{x}^2 + n\cdot\bar{x}^2 + n\cdot e^2 = \sum_{i=1}^{n}x_i^2 - n\cdot\bar{x}^2 + n\cdot e^2$$

A várható értéktől számított eltérések négyzetösszege ($SQ_{vé}$) nagyobb v. egyenlő az átlagtól számított eltérések négyzetösszegénél (SQ)

$$SQ_{vé} = \sum_{i=1}^{n}(x_i - vé)^2 = \boxed{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n \cdot \bar{x}^2} + n \cdot e^2$$

$$\boxed{SQ = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n \cdot \bar{x}^2}$$

$$SQ_{vé} = SQ + n \cdot e^2$$

$$SQ_{vé} = SQ + n \cdot e^2$$

$$\text{vé} = \bar{x} + e$$

e racionális szám

$$e^2 \geq 0$$

$$n \cdot e^2 \geq 0$$

n természetes szám

$$SQ_{vé} \geq SQ$$

Általában nem ismerjük a várható értéket, így csak az átlagtól számított eltérések négyzetösszegét (SQ) tudjuk kiszámítani!

Felfelé kell korrigálni!

MQ = SQ/n szórásnégyzet → korrigált MQ = SQ/FG

pH x_i	x_átlag	x_i-x_átlag	eltnégyzet	várh.érték	eltnégyzet	várh.érték	eltnégyzet
5,2	6,24	-1,04	1,08	6	0,64	6,5	1,69
5,5	6,24	-0,74	0,54	6	0,25	6,5	1
7,2	6,24	0,96	0,93	6	1,44	6,5	0,49
7,3	6,24	1,06	1,13	6	1,69	6,5	0,64
5	6,24	-1,24	1,53	6	1	6,5	2,25
5,4	6,24	-0,84	0,70	6	0,36	6,5	1,21
7	6,24	0,76	0,58	6	1	6,5	0,25
7,3	6,24	1,06	1,13	6	1,69	6,5	0,64
	Összeg	**0,00**	**7,62**	<- SQ ->	**8,07**		**8,17**
		MQ=SQ/n	**0,9523**		**1,0088**		**1,0213**
		MQ_{korr}= SQ/(n-1)	**1,0884**				
		s =	**1,04326**				

Kisebb számmal osztás – nagyobb hányados

SQ Eltérésnégyzetösszeg

Szórásnégyzet **Korrigált szórásnégyzet**

n Minta elemszáma

$$SQ_{vé} \geq SQ$$

FG Szabadsági fok most (n-1)

MQ Szórásnégyzet < Korrigált szórásnégyzet **MQ=SQ/FG**

FG: Szabadsági fok - korrigáló osztó (n-1)

elemszámtól függő korrekció

- információ egység

az n-dik adat n-1 adatból az átlag segítségével kiszámítható

$MQ_{korrigálatlan}$ **Korrigálatlan szórásnégyzet**

Szórásnégyzet

s^2 = MQ = SQ / FG **Szórásnégyzet (variance)**

Korrigált szórásnégyzet

Szórás:

$$\mathrm{s} = \sqrt{s^2} = \sqrt{\mathrm{MQ}} = \sqrt{\mathrm{SQ}/(n-1)}$$

Átlag szórása = Adatok szórása / gyök (n)

$$\bar{\mathrm{s}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Adatmegadás gyakorlata

Átlag ± t_érték * szórás

p %	1%	5%	0,1%	1%	5%	10%	1%	5%	10%
n	8	8	4	4	4	4	2	2	2
FG	7	7	3	3	3	3	1	1	1
átlag	6,24	6,24	5,28	5,28	5,28	5,28	5,35	5,35	5,35
szórás	1,04	1,04	0,22	0,22	0,22	0,22	0,21	0,21	0,21
t_érték	3,50	2,36	12,92	5,84	3,18	2,35	63,66	12,71	6,31
konf.felsőh.	**9,89**	**8,70**	**8,14**	**6,57**	**5,98**	**5,80**	**18,85**	**8,05**	**6,69**
konf.alsóh.	**2,59**	**3,77**	**2,41**	**3,98**	**4,57**	**4,75**	**-8,15**	**2,65**	**4,01**

pH	pH	pH
5,2	5,2	5,2
5,5	5,5	5,5
7,2	5	
7,3	5,4	
5		
5,4		
7		
7,3		

5,28±0,7

p=5%

$$\sqrt{4} = 2$$

5,28 ± 0,35

Átlag konfidencia

Két szórás összehasonlítása (F-próba)

F-arány=s_1^2/s_2^2

INVERZ.F(P,szFG,nFG)

pH
5,2
5,5
7,2
7,3
5
5,4
7
7,3

minta	**1**	**2**
n	8	4
FG	7	3
szórás	1,04	0,22
s^2	**1,088**	**0,049**

pH
5,2
5,5
5
5,4

F-arány=s_1^2/s_2^2 = 1,088/0,049 = 22,1

INVERZ.F(5%,7,3) = 8,9

INVERZ.F(1%,7,3) = 27,7

F.PRÓBA

2,8%

A két szórás különbsége legfeljebb 5 % hibavalószínűséggel igazolható

A két szórás különbsége 2,8 % hibavalószínűséggel igazolható