

# Az összefüggés szemléltetése

- a., Az összes adat megjelenítése oszlopdiagram segítségével
- b., Az átlagok megjelenítése oszlopdiagram segítségével (SzD!)
- c., A változás szemléltetése vonal-diagrammal ("lázgörbe")
- d., Trendvonal

## A burgonyatermés és a műtrágyakezelés összefüggése

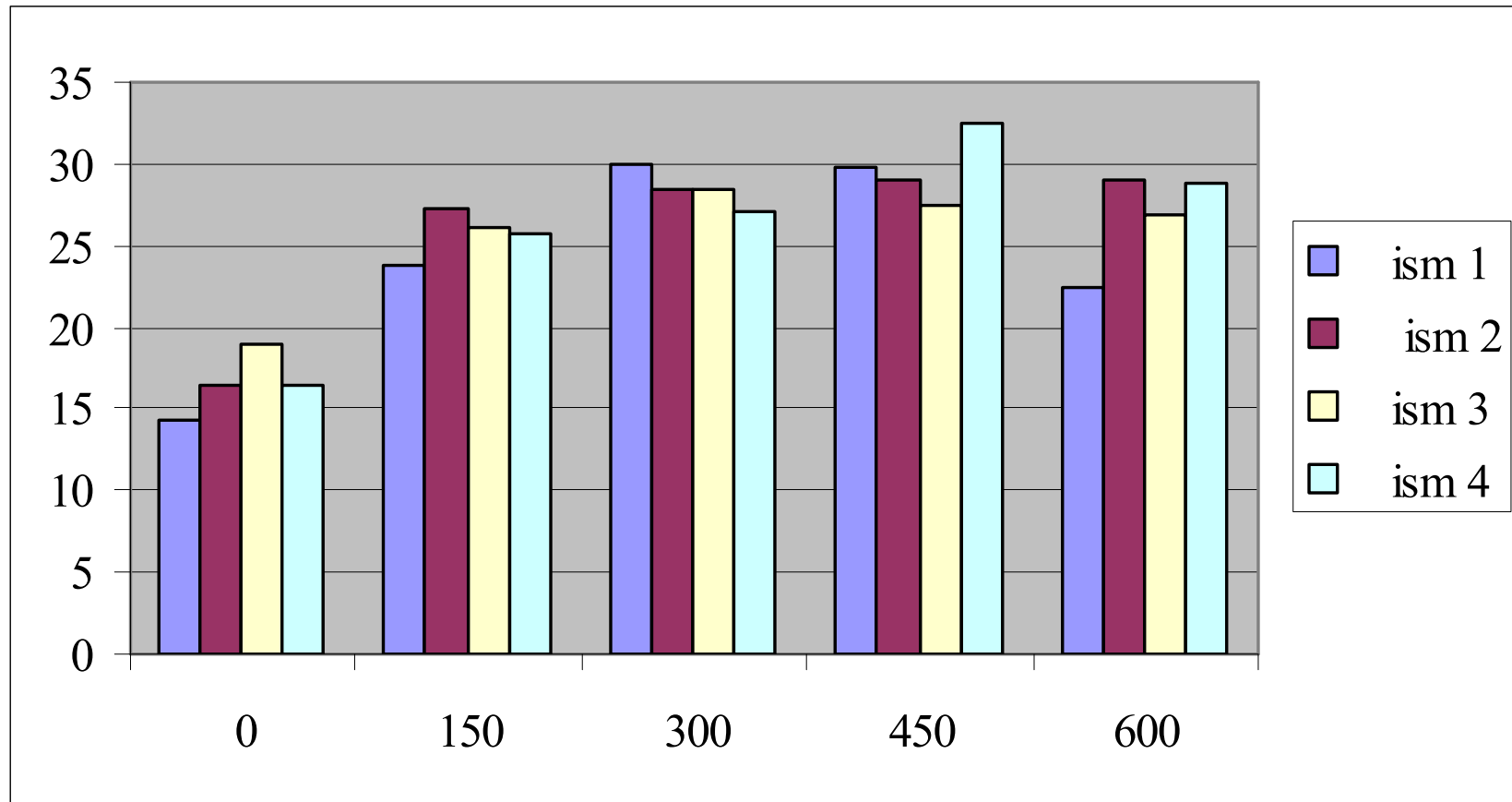
<b>NPK kg/ha</b>	ism 1	ism 2	ism 3	ism 4	<b>átlag</b>
<b>0</b>	14,3	16,4	19	16,5	<b>16,6</b>
<b>150</b>	23,7	27,3	26,1	25,7	<b>25,7</b>
<b>300</b>	30	28,5	28,4	27,1	<b>28,5</b>
<b>450</b>	29,7	29,1	27,5	32,4	<b>29,7</b>
<b>600</b>	22,5	29	26,8	28,8	<b>26,8</b>

**SzD(5%) 3,06**

# Az összefüggés szemléltetése

a., Az összes adat megjelenítése oszlopdiaagram segítségével

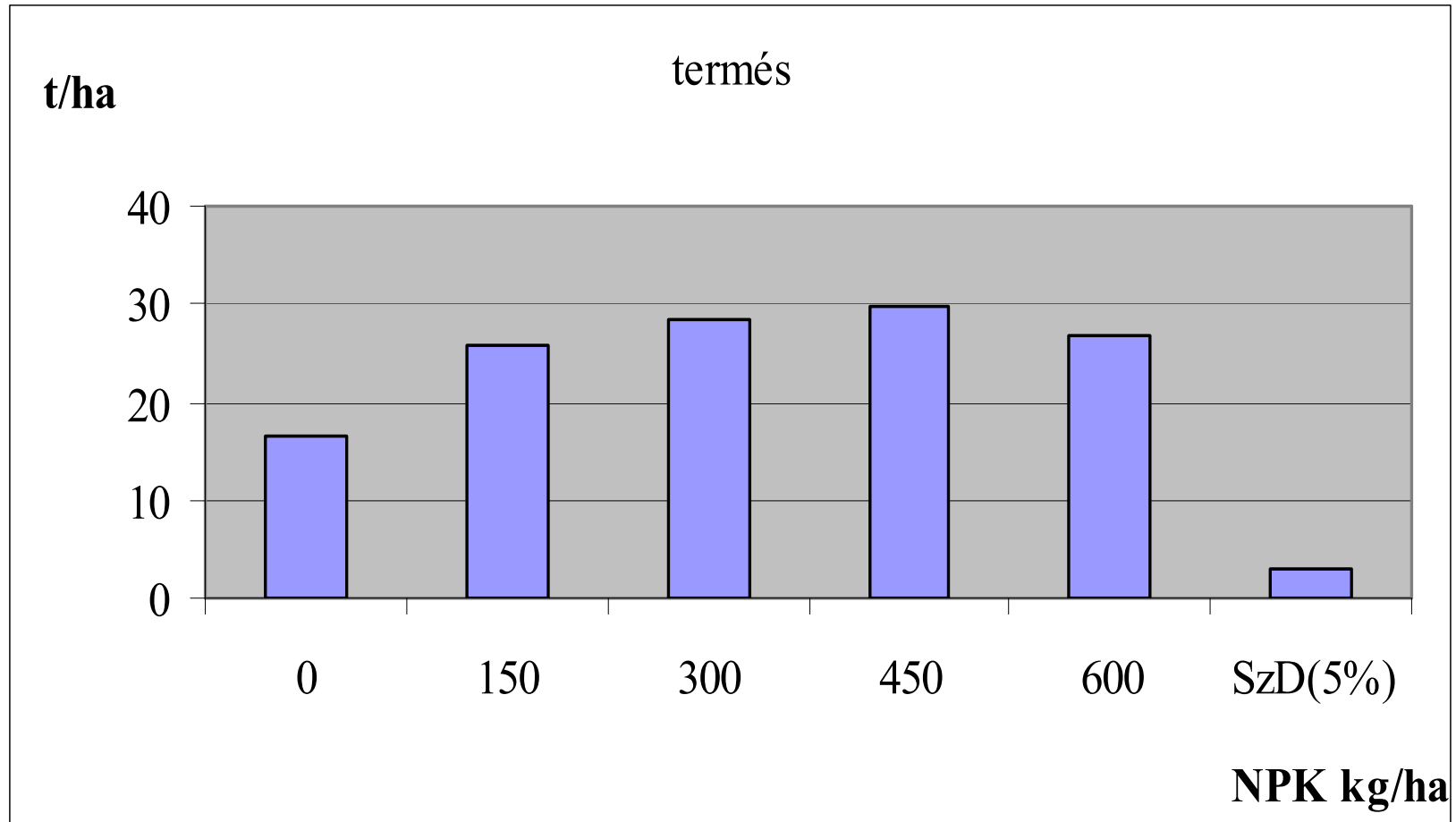
A burgonyatermés és a műtrágyakezelés összefüggése



# Az összefüggés szemléltetése

b., Az átlagok megjelenítése oszlopdiagram segítségével (SzD!)

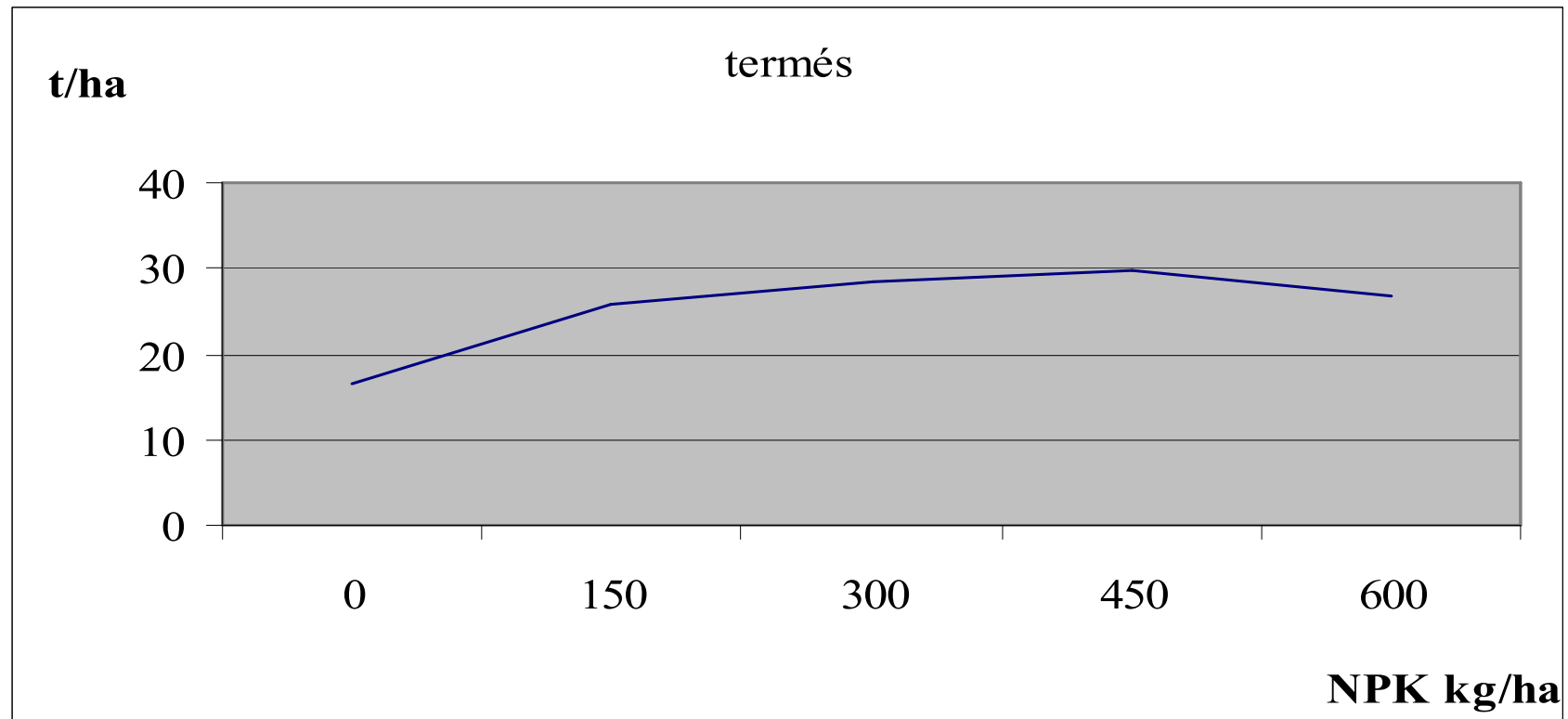
A burgonyatermés és a műtrágyakezelés összefüggése



# Az összefüggés szemléltetése

c., A változás szemléltetése vonal-diagrammal ("lázgörbe")

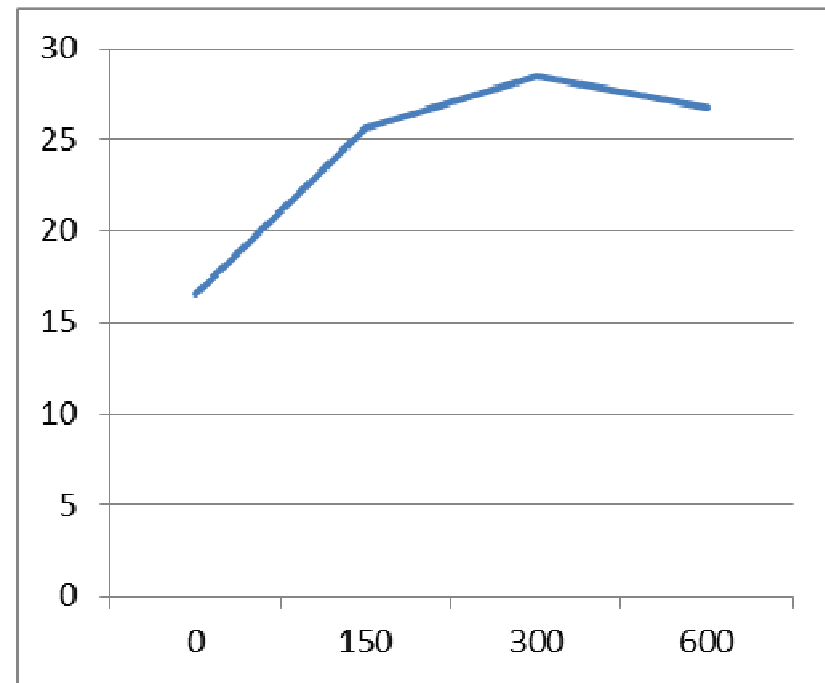
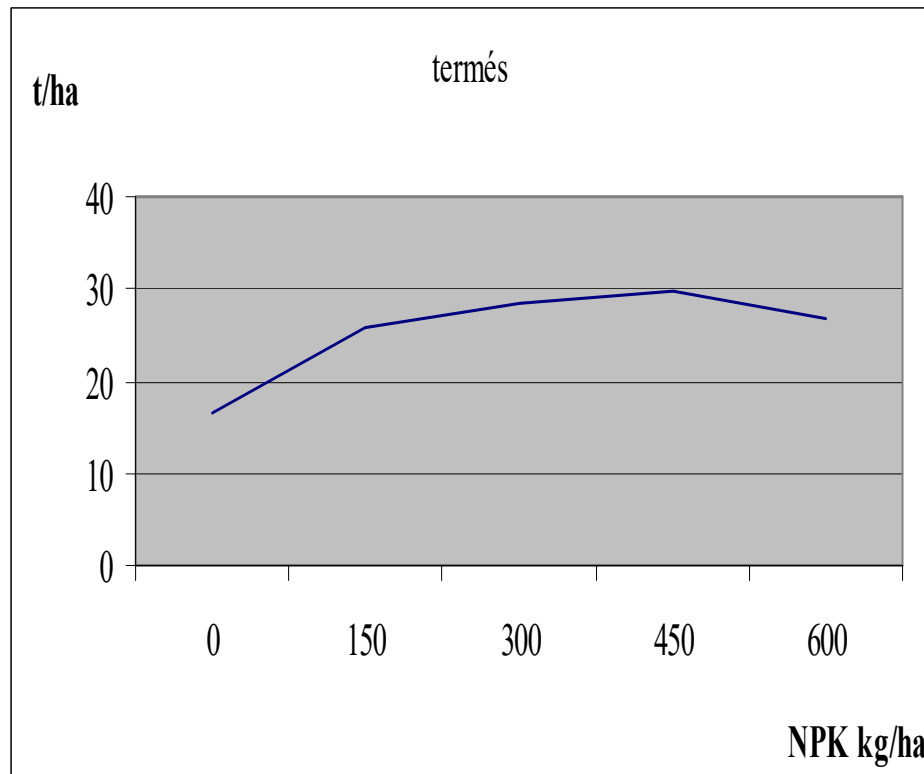
A burgonyatermés és a műtrágyakezelés összefüggése



# Az összefüggés szemléltetése

c., A változás szemléltetése vonal-diagrammal ("lázgörbe")

A burgonyatermés és a műtrágyakezelés összefüggése

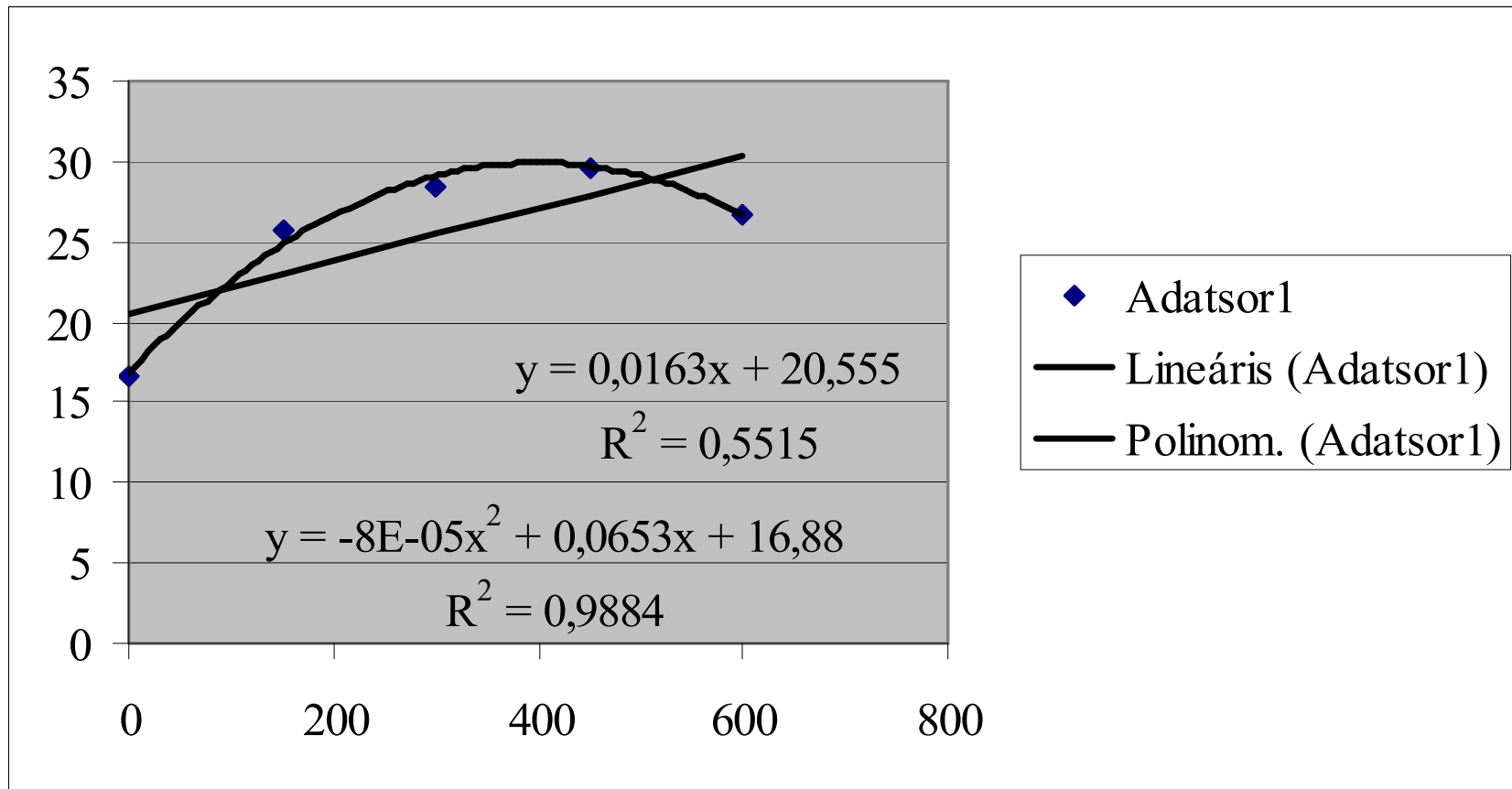


Grafikon típus: x tengely nem folytonos vált, csak kategória

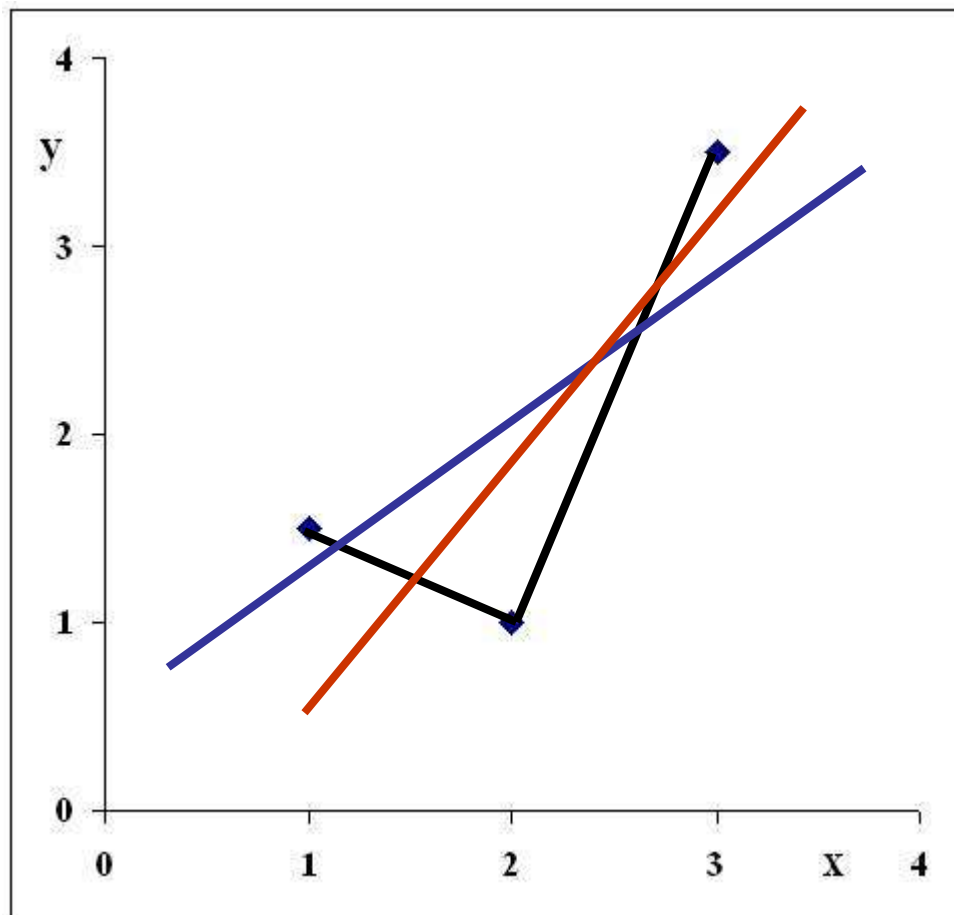
# Az összefüggés szemléltetése

d., Trendvonal

A burgonyatermés és a műtrágyakezelés összefüggése



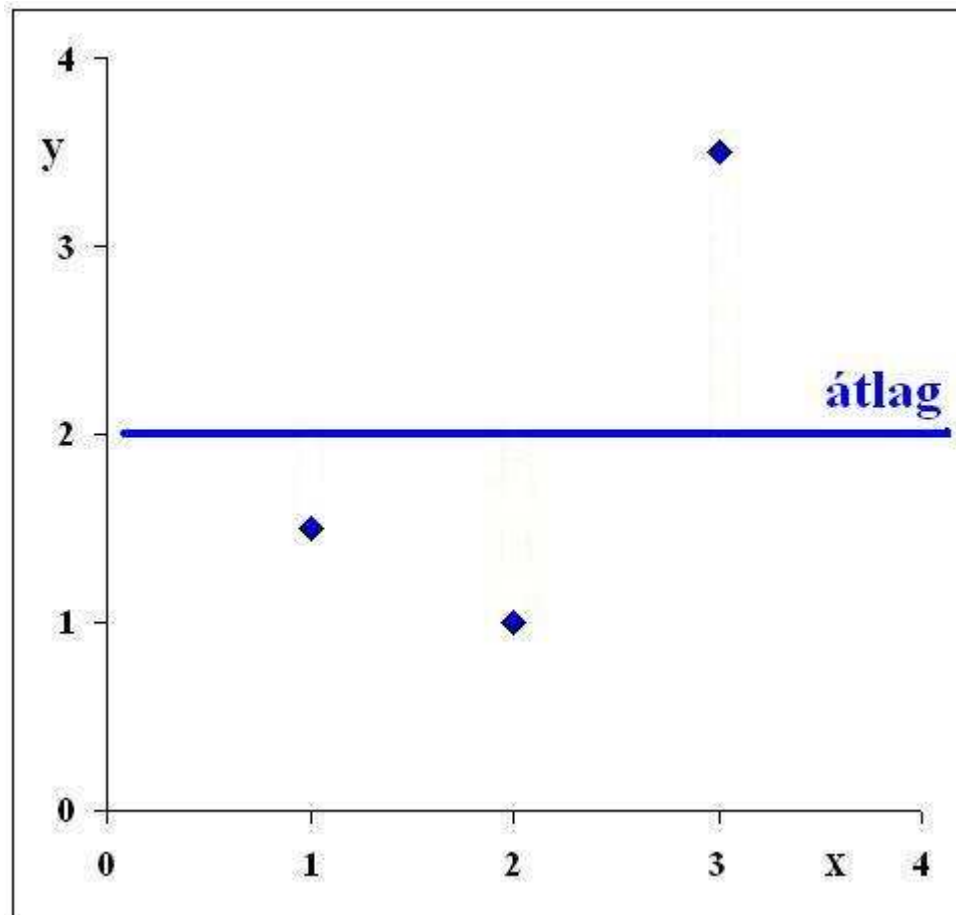
# Lineáris regresszió levezetése



## Modell?

x	y
1	1,5
2	1
3	3,5

# Lineáris regresszió levezetése

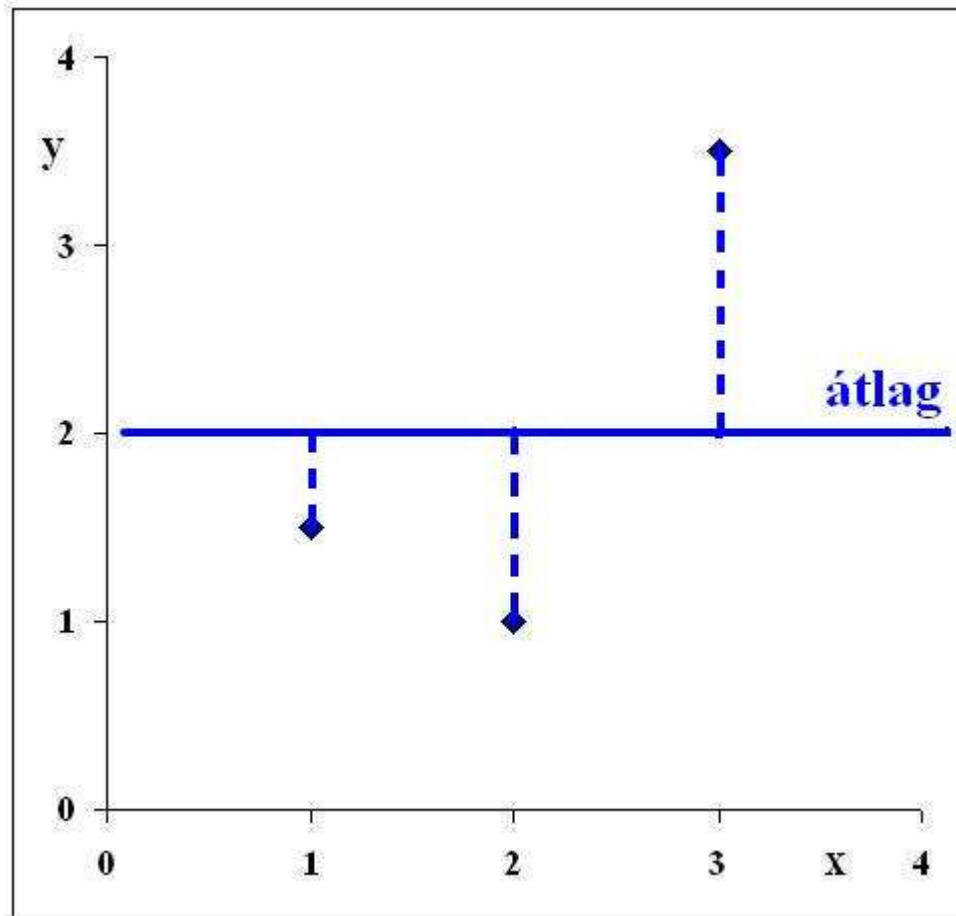


# Modell - ÁTLAG

x	y	$\hat{y}$
1	1,5	2
2	1	2
3	3,5	2



# Lineáris regresszió levezetése



## Modell - ÁTLAG

x	y	$\hat{y}$	$y-\hat{y}$
1	1,5	2	-0,5
2	1	2	-1
3	3,5	2	1,5

eltérésnégyzetösszeg  $SQ_y = 3,5$

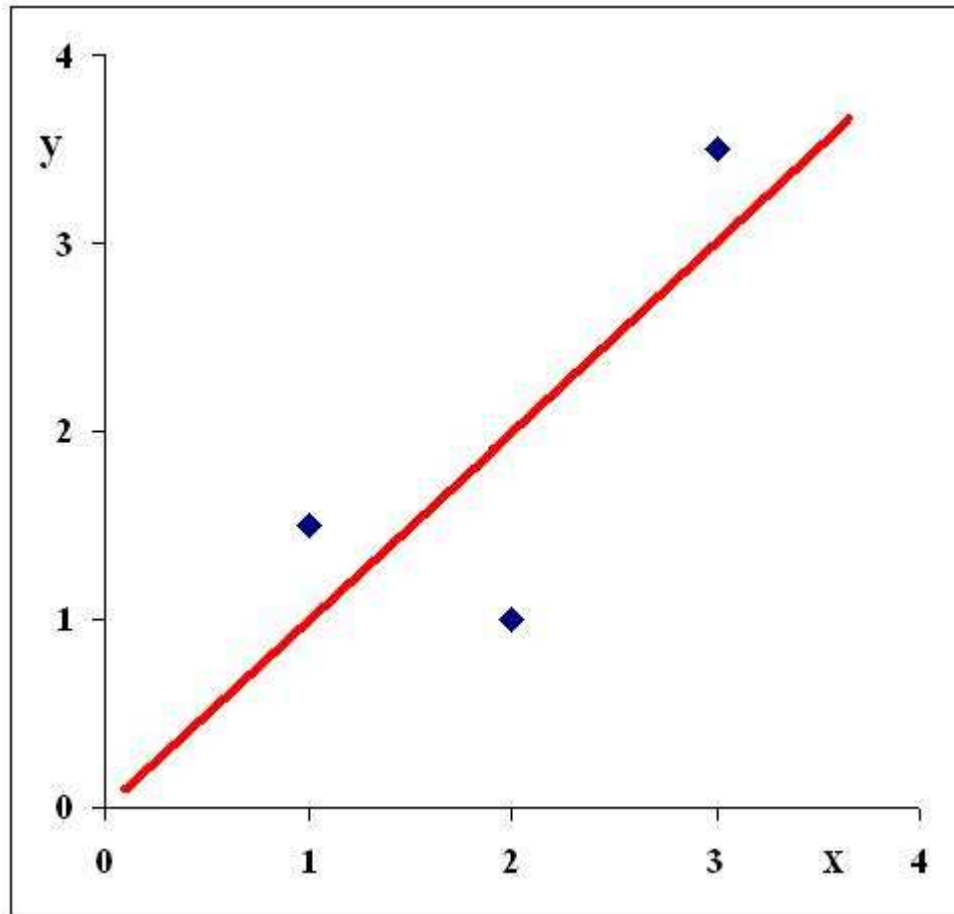
Ezt már ismerjük:

$$SQ_y = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$$

$$SQ_y = \sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{1}{n} \cdot \left( \sum_{i=1}^n y_i \right)^2$$

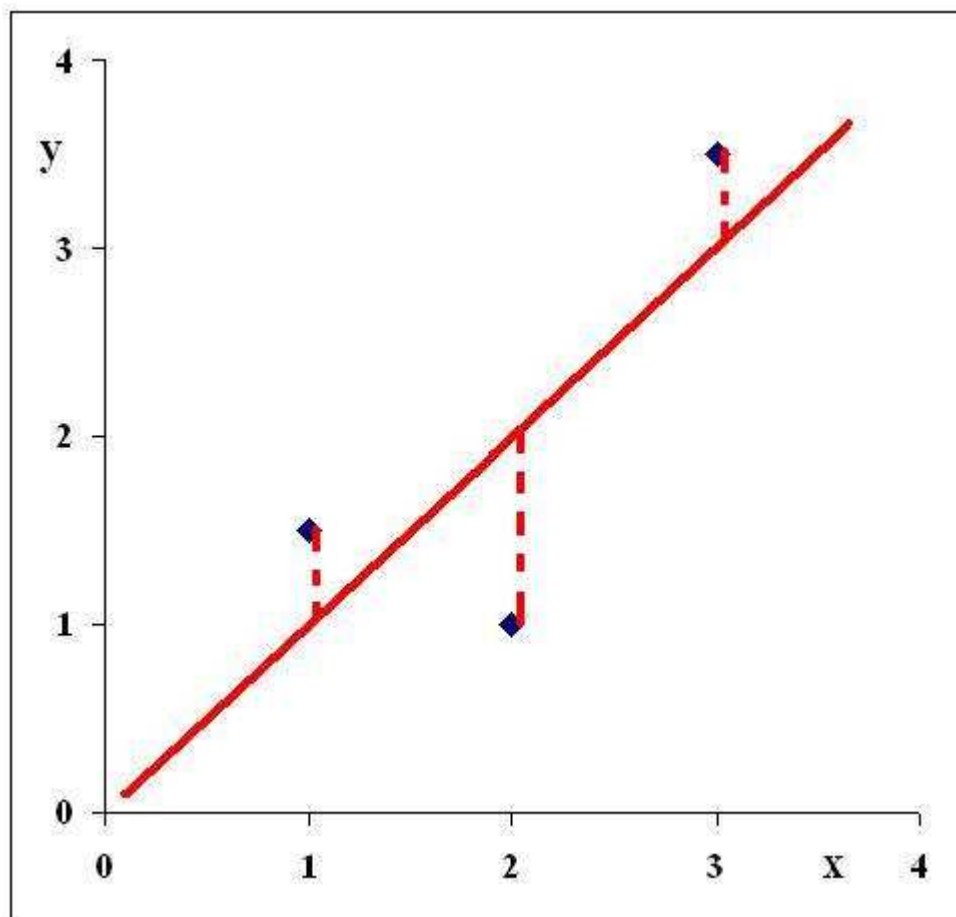
# Lineáris regresszió levezetése

## Modell - EGYENES



x	y
1	1,5
2	1
3	3,5

# Lineáris regresszió levezetése



## Modell - EGYENES

x	y	$y_{sz}$	$y - y_{sz}$
1	1,5		
2	1		
3	3,5		

eltérésnégyzetösszeg HSQ =

$$HSQ = \sum_{i=1}^n (y_i - y_{sz})^2$$

Az egyenes egyenlete:

$$y_{sz} = a + b * x$$

Jól illeszkedik?

HSQ -> minimum (a,b)

# Lineáris regresszió levezetése

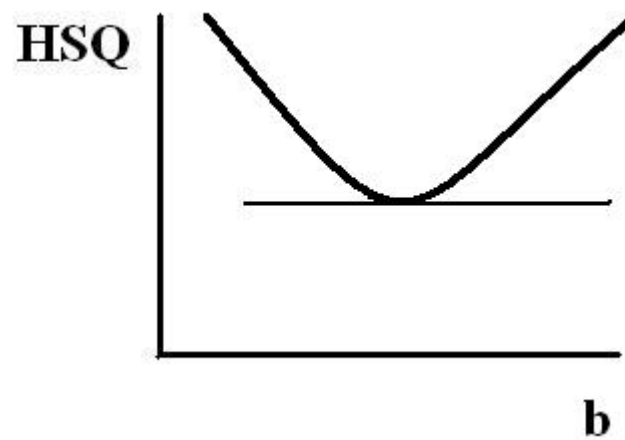
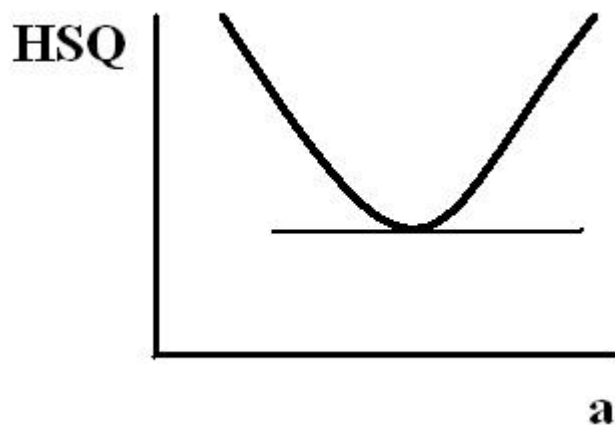
**Modell:  $y_{sz} = a + b \cdot x$**

$$HSQ = \sum_{i=1}^n (y_i - y_{sz})^2$$

**-> minimum (a,b)**

$$\frac{dHSQ}{da} = 0$$

$$\frac{dHSQ}{db} = 0$$



Lineáris regresszió levezetése

**Modell:  $y_{sz} = a + b \cdot x$**

$$\begin{aligned} \text{HSQ} &= \sum_{i=1}^n (y_i - y_{sz})^2 = \sum_{i=1}^n (y_i^2 - 2 \cdot y_i \cdot y_{sz} + y_{sz}^2) = \\ &= \sum_{i=1}^n (y_i^2 - 2 \cdot y_i \cdot (a + b \cdot x_i) + (a + b \cdot x_i)^2) = \\ &= \sum_{i=1}^n (y_i^2 - 2a \cdot y_i + 2b \cdot x_i \cdot y_i + a^2 + 2ab \cdot x_i + b^2 \cdot x_i^2) = \\ &= \sum_{i=1}^n y_i^2 - 2a \sum_{i=1}^n y_i - 2b \sum_{i=1}^n x_i y_i + na^2 + 2ab \sum_{i=1}^n x_i + b^2 \sum_{i=1}^n x_i^2 \end{aligned}$$

Lineáris regresszió levezetése

**Modell:**  $Y_{sz} = a + b \cdot x$

$$HSQ = \sum_{i=1}^n (y_i - y_{sz})^2 =$$

$$= \sum_{i=1}^n y_i^2 - 2a \sum_{i=1}^n y_i - 2b \sum_{i=1}^n x_i y_i + na^2 + 2ab \sum_{i=1}^n x_i + b^2 \sum_{i=1}^n x_i^2$$

$$\frac{dHSQ}{da} = -2 \sum_{i=1}^n y_i + 2na + 2b \sum_{i=1}^n x_i = 0$$

$$\frac{dHSQ}{db} = -2 \sum_{i=1}^n x_i y_i + 2a \sum_{i=1}^n x_i + 2b \sum_{i=1}^n x_i^2 = 0$$

# Lineáris regresszió levezetése

**Modell:  $y_{sz} = a + b \cdot x$**

$$-\sum_{i=1}^n y_i + na + b \sum_{i=1}^n x_i = 0 \longrightarrow a = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i - \frac{b}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$-\sum_{i=1}^n x_i y_i + a \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n x_i^2 = 0$$

$$-\sum_{i=1}^n x_i y_i + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i - \frac{b}{n} \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2 + b \sum_{i=1}^n x_i^2 = 0$$

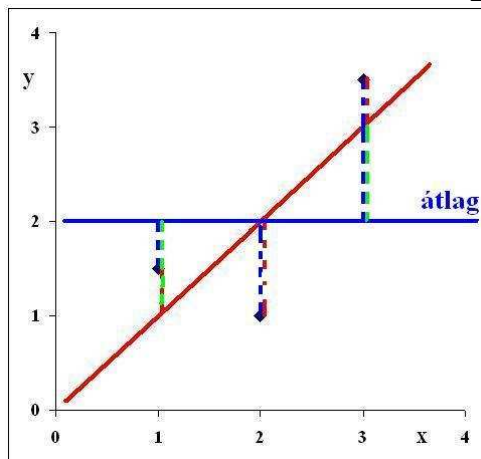
$$b \left( \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right) = \sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i$$

# Lineáris regresszió levezetése

**Modell:  $y_{sz} = a + b \cdot x$**

$$b \left( \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right) = \sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2} = \frac{SP}{SQ_x}$$



$$\bar{y} = a + b \cdot \bar{x}$$

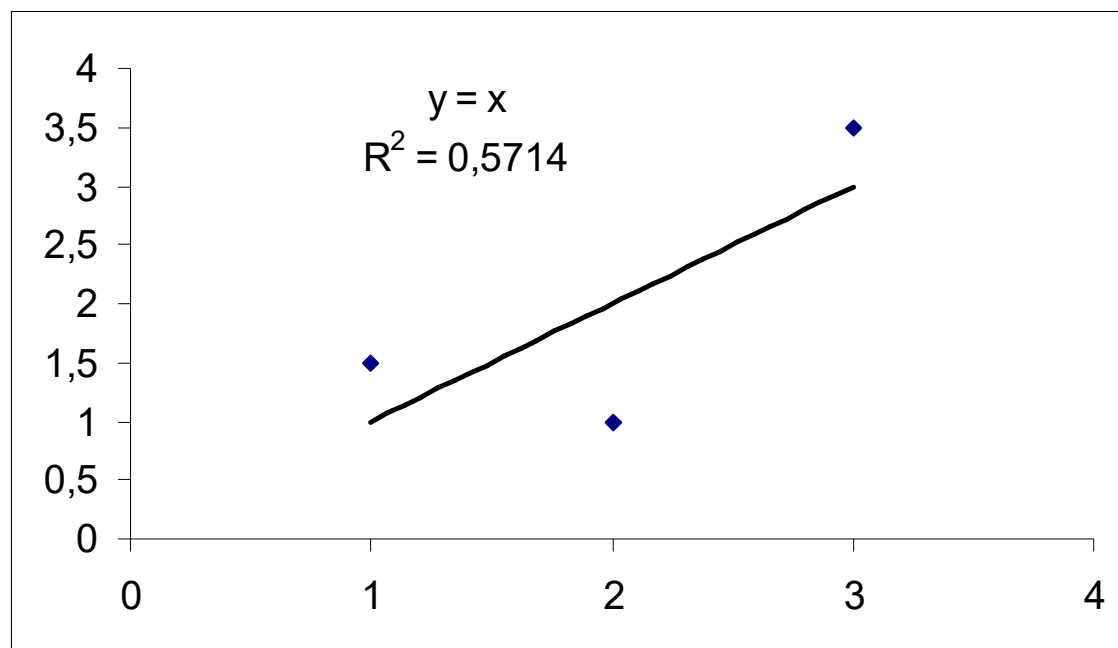
$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x}$$

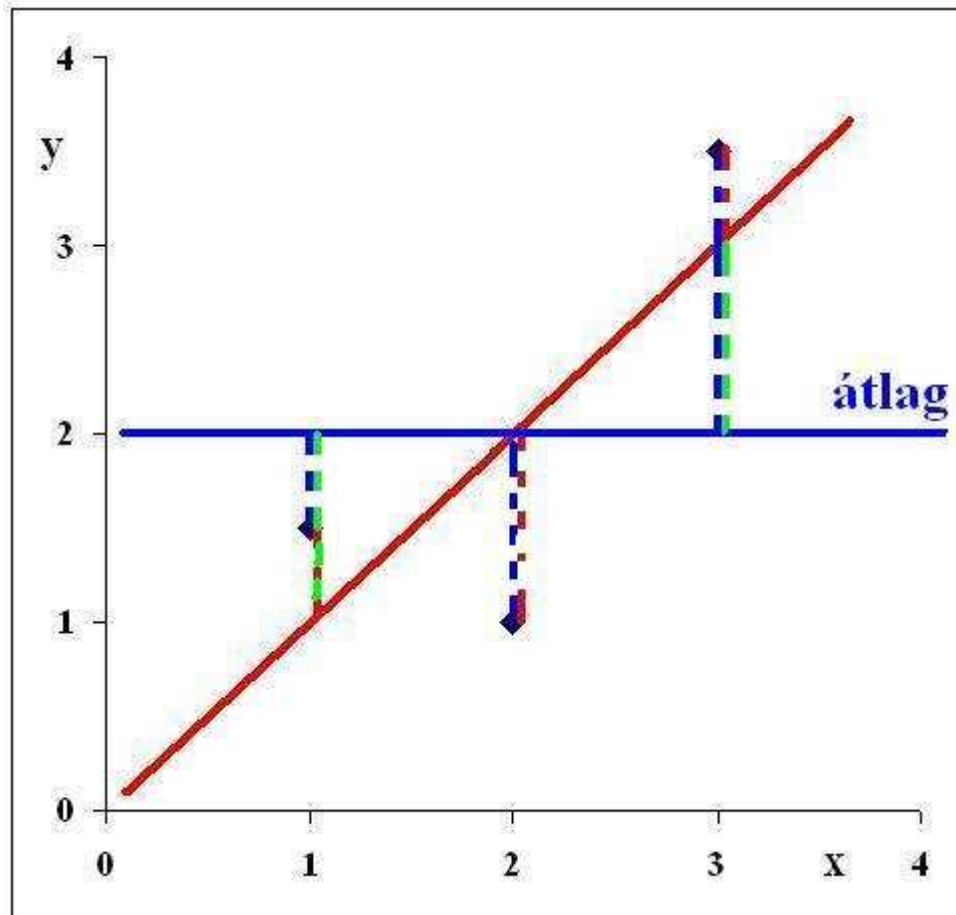


## Variancia táblázat

		SQ	FG	MQ	Farány	det.koeff. $r^2$
<b>Összes</b>	$SQ_y$	3,5	2	1,75	RMQ/HMQ	RSQ/ÖSQ
<b>Regresszió</b>	$SQ_y - HSQ = SP^2 / SQ_x$	2	1	2	1,3	0,5714
<b>Hiba</b>	$HSQ = \text{ÖSQ} - RSQ$	1,5	1	1,5	Inverz_F=39,9+	

**Korrelációs koeff.:  $r = 0,7559$**





$$\text{ÖSQ} = \text{SQ}_y$$

$$\text{SQ}_y = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$$

$$\text{HSQ} = \sum_{i=1}^n (y_i - y_{SZ})^2 =$$

$$\text{RSQ} = \sum_{i=1}^n (y_{SZ} - \bar{y})^2 =$$