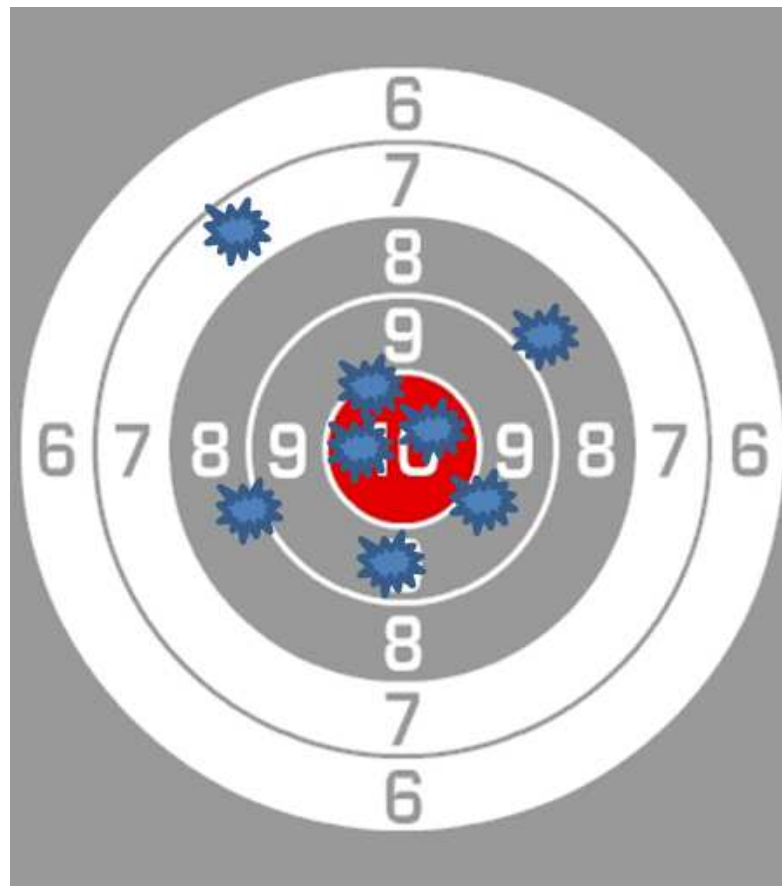


Szórás  **átlagos eltérés**

Mitől való eltérés? *Hogyan számítjuk?*

Eltérések átlaga? Eltérések abszolút értékének átlaga?

Eltérések négyzetének átlaga?




Az átlagtól való eltérések összege nulla

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \equiv 0$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\sum_{i=1}^n \bar{x} = n \cdot \bar{x}$$


$$\sum_{i=1}^n x_i = n \cdot \bar{x}$$

Összeadás sorrendje felcserélhető

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = \sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^n \bar{x} = n \cdot \bar{x} - n \cdot \bar{x} \equiv 0$$

Eltérésnégyzetösszeg (SQ) számítása

előzetes átlagszámítás nélkül

$$SQ = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^n (x_i^2 - 2 \cdot x_i \cdot \bar{x} + \bar{x}^2) =$$

$$= \sum_{i=1}^n x_i^2 - \sum_{i=1}^n 2 \cdot x_i \cdot \bar{x} + \sum_{i=1}^n \bar{x}^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 - 2 \cdot \bar{x} \cdot \sum_{i=1}^n x_i + n \cdot \bar{x}^2$$

$$= \sum_{i=1}^n x_i^2 - 2 \cdot \bar{x} \cdot \sum_{i=1}^n x_i + n \cdot \bar{x}^2 =$$

$$= \sum_{i=1}^n x_i^2 - 2 \cdot n \cdot \bar{x} \cdot \bar{x} + n \cdot \bar{x}^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 - n \cdot \bar{x}^2$$

Eltérésnégyzetösszeg (SQ) számítása

előzetes átlagszámítás nélkül

$$SQ = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 - n \cdot \bar{x}^2$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i \quad \bar{x}^2 = \frac{1}{n^2} \cdot \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2$$

$$SQ = \sum_{i=1}^n x_i^2 - n \cdot \bar{x}^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{n}{n^2} \cdot \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2$$

$$SQ = \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \cdot \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2$$

**A várható értéktől számított
eltérések négyzetösszege ($SQ_{vé}$) nagyobb, vagy egyenlő
az átlagtól számított eltérések négyzetösszegénél (SQ)**

$$v\acute{e} = \bar{x} + e$$

$$SQ_{v\acute{e}} = \sum_{i=1}^n (x_i - v\acute{e})^2 = \sum_{i=1}^n (x_i^2 - 2 \cdot x_i \cdot v\acute{e} + v\acute{e}^2)$$

$$SQ_{v\acute{e}} = \sum_{i=1}^n (x_i^2 - 2 \cdot x_i \cdot (\bar{x} + e) + (\bar{x} + e)^2) =$$

$$\sum_{i=1}^n (x_i^2 - 2 \cdot \bar{x} \cdot x_i - 2 \cdot e \cdot x_i + \bar{x}^2 + 2 \cdot e \cdot \bar{x} + e^2) =$$

A várható értéktől számított eltérések négyzetösszege ($SQ_{vé}$) nagyobb v. egyenlő az átlagtól számított eltérések négyzetösszegénél (SQ)

$$\sum_{i=1}^n (x_i^2 - 2 \cdot \bar{x} \cdot x_i - 2 \cdot e \cdot x_i + \bar{x}^2 + 2 \cdot e \cdot \bar{x} + e^2) =$$

$$\sum_{i=1}^n x_i^2 - 2 \cdot \bar{x} \cdot \sum_{i=1}^n x_i - 2 \cdot e \cdot \sum_{i=1}^n x_i + n \cdot \bar{x}^2 + 2 \cdot n \cdot e \cdot \bar{x} + n \cdot e^2 =$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = n \cdot \bar{x}$$

$$\sum_{i=1}^n x_i^2 - 2 \cdot n \cdot \bar{x}^2 - 2 \cdot n \cdot e \cdot \bar{x} + n \cdot \bar{x}^2 + 2 \cdot n \cdot e \cdot \bar{x} + n \cdot e^2 =$$

$$\sum_{i=1}^n x_i^2 - 2 \cdot n \cdot \bar{x}^2 + n \cdot \bar{x}^2 + n \cdot e^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 - n \cdot \bar{x}^2 + n \cdot e^2$$

A várható értéktől számított eltérések négyzetösszege ($SQ_{vé}$) nagyobb v. egyenlő az átlagtól számított eltérések négyzetösszegénél (SQ)

$$SQ_{vé} = \sum_{i=1}^n (x_i - vé)^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 - n \cdot \bar{x}^2 + n \cdot e^2$$

$$SQ = \sum_{i=1}^n x_i^2 - n \cdot \bar{x}^2$$

$$SQ_{vé} = SQ + n \cdot e^2$$

$$SQ_{\bar{v}_e} = SQ + n \cdot e^2$$

$$\bar{v}_e = \bar{x} + e$$

e racionális szám

$$e^2 \geq 0$$

$$n \cdot e^2 \geq 0$$

n természetes szám

$$SQ_{\bar{v}_e} \geq SQ$$

Általában nem ismerjük a várható értéket, így csak az átlagtól számított eltérések négyzetösszegét (SQ) tudjuk kiszámítani!

Felfelé kell korrigálni!

MQ = SQ/n szórásnégyzet → korrigált MQ = SQ/FG

pH x_i	$x_{\text{átlag}}$	$x_i - x_{\text{átlag}}$	eltnégyzet	várh.érték	eltnégyzet	várh.érték	eltnégyzet
5,2	6,24	-1,04	1,08	6	0,64	6,5	1,69
5,5	6,24	-0,74	0,54	6	0,25	6,5	1
7,2	6,24	0,96	0,93	6	1,44	6,5	0,49
7,3	6,24	1,06	1,13	6	1,69	6,5	0,64
5	6,24	-1,24	1,53	6	1	6,5	2,25
5,4	6,24	-0,84	0,70	6	0,36	6,5	1,21
7	6,24	0,76	0,58	6	1	6,5	0,25
7,3	6,24	1,06	1,13	6	1,69	6,5	0,64
Összeg		0,00	7,62	<- SQ ->	8,07		8,17
		MQ=SQ/n	0,9523		1,0088		1,0213
		MQ_{korrr} = SQ/(n-1)	1,0884	Kisebb számmal osztás – nagyobb hányados			
		s =	1,04326				

SQ Eltérésnégyzetösszeg

Szórásnégyzet **Korrigált szórásnégyzet**

n Minta elemszáma

FG Szabadsági fok most (n-1)

$$SQ_{vé} \geq SQ$$

MQ Szórásnégyzet < Korrigált szórásnégyzet **MQ=SQ/FG**

FG: Szabadsági fok - korrigáló osztó (n-1)
elemszámtól függő korrekció

- információ egység

az n-dik adat n-1 adatból az átlag segítségével kiszámítható

MQ_{korrigálatlan}
Szórásnégyzet

Korrigálatlan szórásnégyzet

$s^2 = \text{MQ} = \text{SQ} / \text{FG}$ Szórásnégyzet (variance)
Korrigált szórásnégyzet

Szórás:

$$S = \sqrt{s^2} = \sqrt{\text{MQ}} = \sqrt{\text{SQ} / (n - 1)}$$

Átlag szórása = Adatok szórása / gyök (n)

$$\bar{S} = \frac{S}{\sqrt{n}}$$

Adatmegadás gyakorlata

p %	1%	5%	0,1%	1%	5%	10%	1%	5%	10%
n	8	8	4	4	4	4	2	2	2
FG	7	7	3	3	3	3	1	1	1
átlag	6,24	6,24	5,28	5,28	5,28	5,28	5,35	5,35	5,35
szórás	1,04	1,04	0,22	0,22	0,22	0,22	0,21	0,21	0,21
t_érték	3,50	2,36	12,92	5,84	3,18	2,35	63,66	12,71	6,31
konf.felsőh.	9,89	8,70	8,14	6,57	5,98	5,80	18,85	8,05	6,69
konf.alsóh.	2,59	3,77	2,41	3,98	4,57	4,75	-8,15	2,65	4,01
	pH		pH				pH		
	5,2		5,2				5,2		
	5,5		5,5				5,5		
	7,2		5						
	7,3		5,4						
	5								
	5,4								
	7								
	7,3								

5,28±0,7
p=5%

$\sqrt{4} = 2$
5,28 ± 0,35
Átlag konfidencia

Két szórás összehasonlítása (F-próba)

$$F\text{-arány} = s_1^2 / s_2^2$$

$$\text{INVERZ.F}(P, szFG, nFG)$$

pH	minta	1	2	pH
5,2	n	8	4	5,2
5,5	FG	7	3	5,5
7,2	szórás	1,04	0,22	5
7,3	s ²	1,088	0,049	5,4
5				
5,4				
7				
7,3				

$$F\text{-arány} = s_1^2 / s_2^2 = 1,088 / 0,049 = 22,1$$

$$\text{INVERZ.F}(5\%, 7, 3) = 8,9$$

F.PRÓBA

$$\text{INVERZ.F}(1\%, 7, 3) = 27,7$$

2,8%

A két szórás különbsége legfeljebb 5 % hibavalószínűséggel igazolható

A két szórás különbsége 2,8 % hibavalószínűséggel igazolható